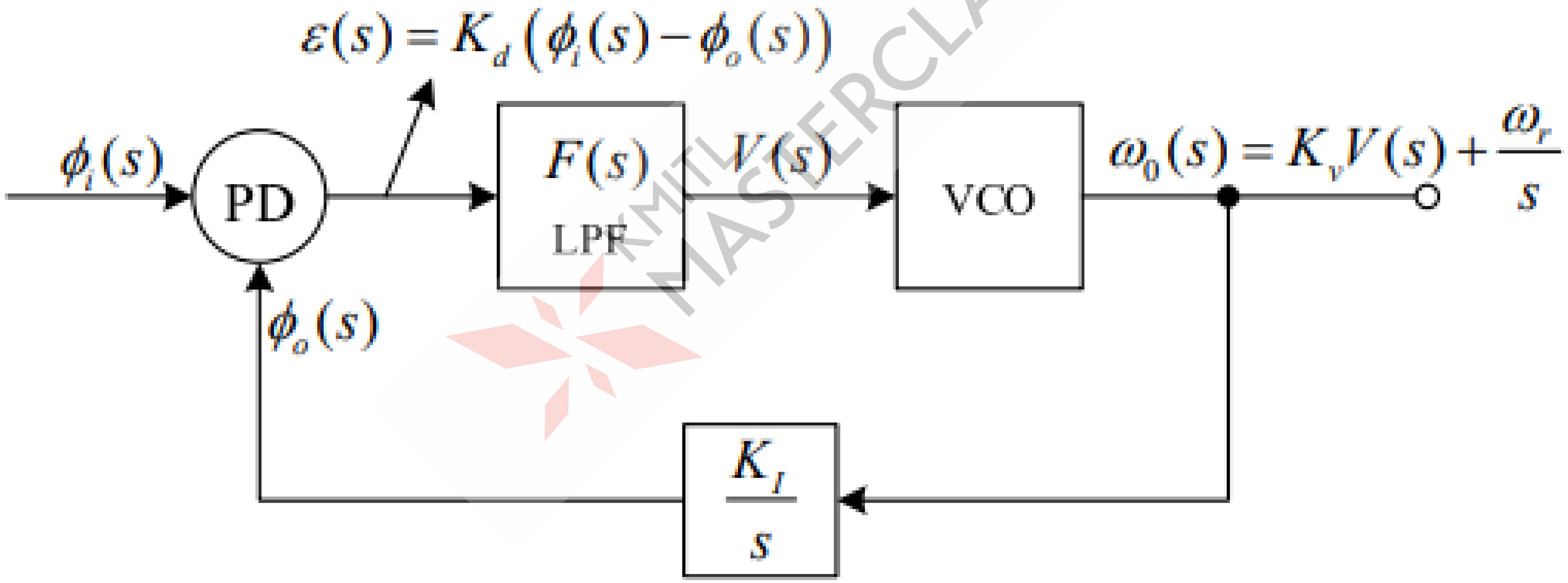
เฟสล็อกลูปสำหรับการสื่อสาร เบื้องต้น

Let's Play

หลักการเฟสล็อกลูปโดยทั่วไป

โดยทั่วไปแล้ว การอธิบายถึงคุณลักษณะของระบบเฟสล็อกลูปมักจะอาศัยโดเมนความถี่ในรูปแบบของการแปลงลาปลาซ โดยมีแผนภาพแสดงได้ดังรูป



แผนภาพของเฟสล็อกลูปโดยทั่วไป

$\phi_i(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสอินพุต $\phi_i(t)$

$\phi_o(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสเอาต์พุต $\phi_o(t)$

$\varepsilon(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความต่างเฟส $\varepsilon(t)$

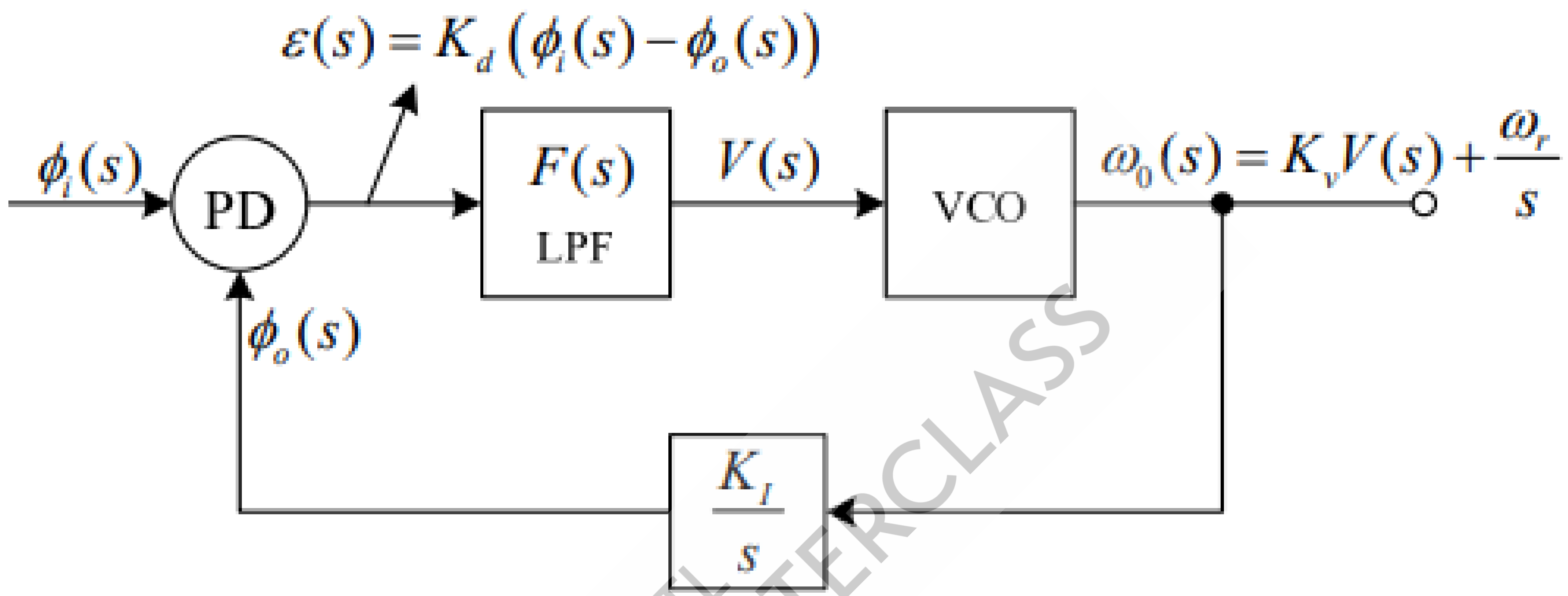
$V(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตตัวกรองลูป $v_L(t)$

$\omega_o(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความถี่เอาต์พุตของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่ $\omega_o(t)$

K_d คือ ค่าอัตราขยายของวงจรหาค่าความต่างเฟส

K_v คือ ค่าอัตราขยายของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่

K_l คือ ค่าอัตราขยายของวงจรปริพันธ์



$$\varepsilon(s)=K_d\left(\phi_i(s)-\phi_o(s)\right)$$

$$V(s)=K_dF(s)\left(\phi_i(s)-\phi_o(s)\right)$$

$$\omega_o(s)=K_vK_dF(s)\left(\phi_i(s)-\phi_o(s)\right)+\frac{\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s)=\frac{K_IK_vK_d}{s}F(s)\left(\phi_i(s)-\phi_o(s)\right)+\frac{K_I\omega_r}{s^2}$$

จัดรูปใหม่

$$s\phi_o(s)+K_IK_vK_dF(s)\phi_o(s)=K_IK_vK_dF(s)\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s)\left[s+K_IK_vK_dF(s)\right]=K_IK_vK_dF(s)\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}$$

กำหนดให้ $F(s)=\dfrac{K_L}{1+GS}$ เมื่อ K_L คือ อัตราขยายของตัวกรองลูป

G คือ ความถี่ตัดของตัวกรองลูป

จะได้

$$\phi_o(s)\left[s+\frac{K_IK_vK_dK_L}{1+GS}\right]=\frac{K_IK_vK_dK_L}{1+GS}\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s)\left[s+\frac{K}{1+GS}\right]=\frac{K}{1+GS}\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s)\left[Gs^2+s+K\right]=K\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}(1+GS)\ =K\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}+GK_I\omega_r$$

จากสมการ

$$\phi_o(s)\left[Gs^2+s+K\right] = K\phi_i(s)+\frac{K_I\omega_r}{s}+GK_I\omega_r$$

เมื่อแปลงลาปลาซ

$$G\frac{d^2}{dt^2}\phi_o(t)+\frac{d}{dt}\phi_o(t)+K\phi_o(t)=K\phi_i(t)+K_I\omega_r u(t)+GK_I\omega_r\delta(t)$$

$$G\frac{d^2}{dt^2}\phi_o(t)+\frac{d}{dt}\phi_o(t)+K\phi_o(t)=K\phi_i(t)+K_I\omega_r$$

สมมติว่า $\phi_i(t)$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น คือ

$$\phi_i(t)=\omega_i t+\theta_i$$

$$G\frac{d^2}{dt^2}\phi_h(t)+\frac{d}{dt}\phi_h(t)+K\phi_h(t)=0$$

หาคำตอบ $\phi_h(t)$ ด้วยการสมมติค่าให้

$$\phi_h(t)=Ce^{mt}$$

เมื่อแก้สมการจะได้

$$Gm^2+m+K=0$$

$$m_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4GK}}{2G}=\frac{-1}{2G}\pm\frac{\sqrt{1-4GK}}{2G}$$

ดังนั้นคำตอบจึงมีค่าเป็น

$$\phi_h(t)=e^{\frac{-t}{2G}}\left(C_1e^{\frac{\sqrt{1-4GK}}{2G}t}+C_2e^{-\frac{\sqrt{1-4GK}}{2G}t}\right)$$

$$G\frac{d^2}{dt^2}\phi_o(t)+\frac{d}{dt}\phi_o(t)+K\phi_o(t)=K\phi_i(t)+K_1\omega_r$$

เมื่อทำการหาค่า $\phi_p(t)$ โดยการสมมติค่าคำตอบคาดเดาได้เป็น

$$\phi_p(t)=At+B$$

จะได้

$$G\frac{d^2}{dt^2}(At+B)+\frac{d}{dt}(At+B)+K(At+B)=K(\omega_i t+\theta_i)+K_1\omega_r$$

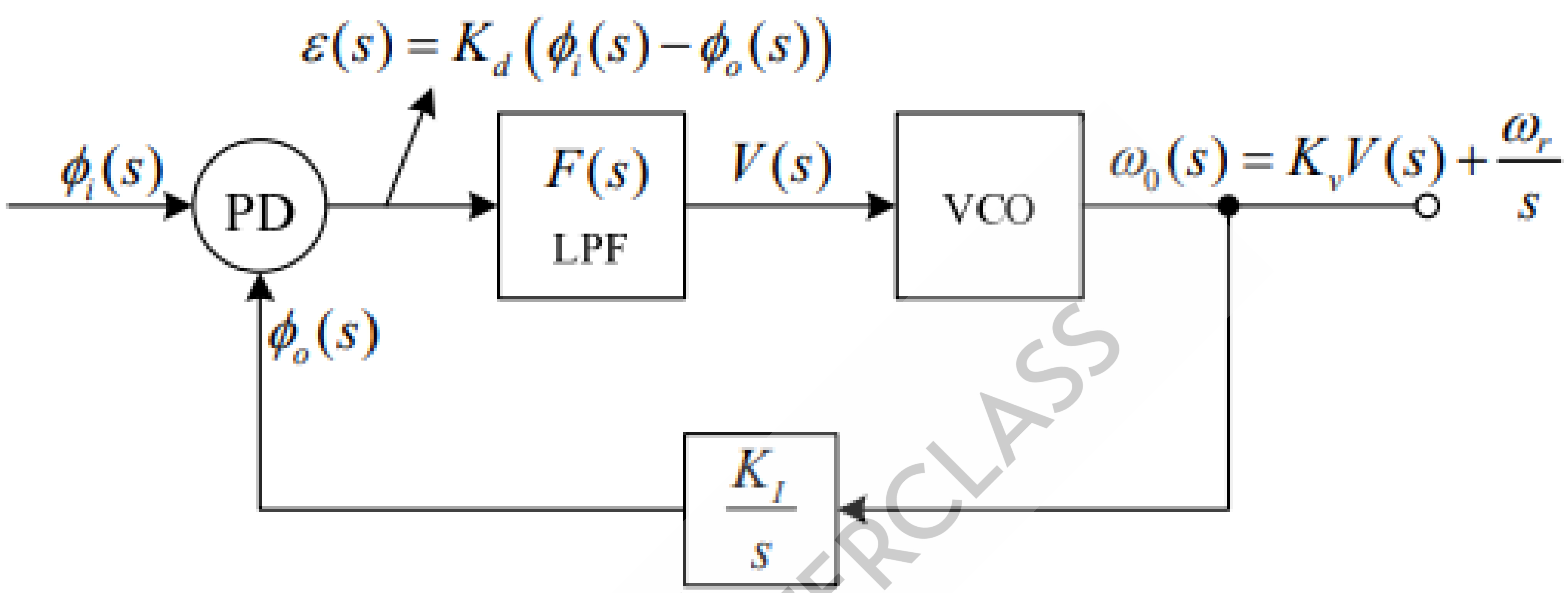
$$A+KAt+KB=K\omega_i t+K\theta_i+K_1\omega_r$$

เทียบเทอม

$A=\omega_i$ และ $B=\theta_i+\dfrac{K_1\omega_r}{K}-\dfrac{\omega_i}{K}$

ดังนั้นคำตอบจึงมีค่าเป็น

$$\phi_o(t)=\phi_p(t)=\omega_i t+\theta_i+\frac{K_1\omega_r}{K}-\frac{\omega_i}{K}$$



จะได้ความต่างเฟสมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon(t)=K_d\left(\phi_i(t)-\phi_o(t)\right)=K_d\left(\frac{\omega_i}{K}-\frac{K_I\omega_r}{K}\right)=\frac{K_d\omega_i}{K}-\frac{K_dK_I\omega_r}{K}$$

และ

$$v_i(t)=\cos\left(\phi_i(t)\right)$$

$$v_o(t)=\cos\left(\phi_o(t)\right)$$

ตัวอย่างที่ 1

จากรูป 11-1 แผนภูมิระบบเฟสล็อกลูป กำหนดให้ $K_d = 10\ V/rad$, $K_v = 10^2\ Rad/V-Sec$, $K_L = 10\ V$, $K_I = 10^{-1}\ Rad-Sec$ และ $\omega_r = 10^3\ Rad/Sec$ ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านมีความถี่ตัดเท่ากับ $100 Rad/Sec$ จงหา (I) สมการอนุพันธ์ และ (II) ความต่างเฟส

วิธีทำ

จะได้ค่า $K = K_I K_v K_d K_L = 10*10^2*10*10^{-1} = 10^3$

สามารถหาค่าสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$100\frac{d^2}{dt^2}\phi_o(t)+\frac{d}{dt}\phi_o(t)+10^3\phi_o(t)=10^3\phi_i(t)+10^{-1}*10^3$$

วิธีทำ

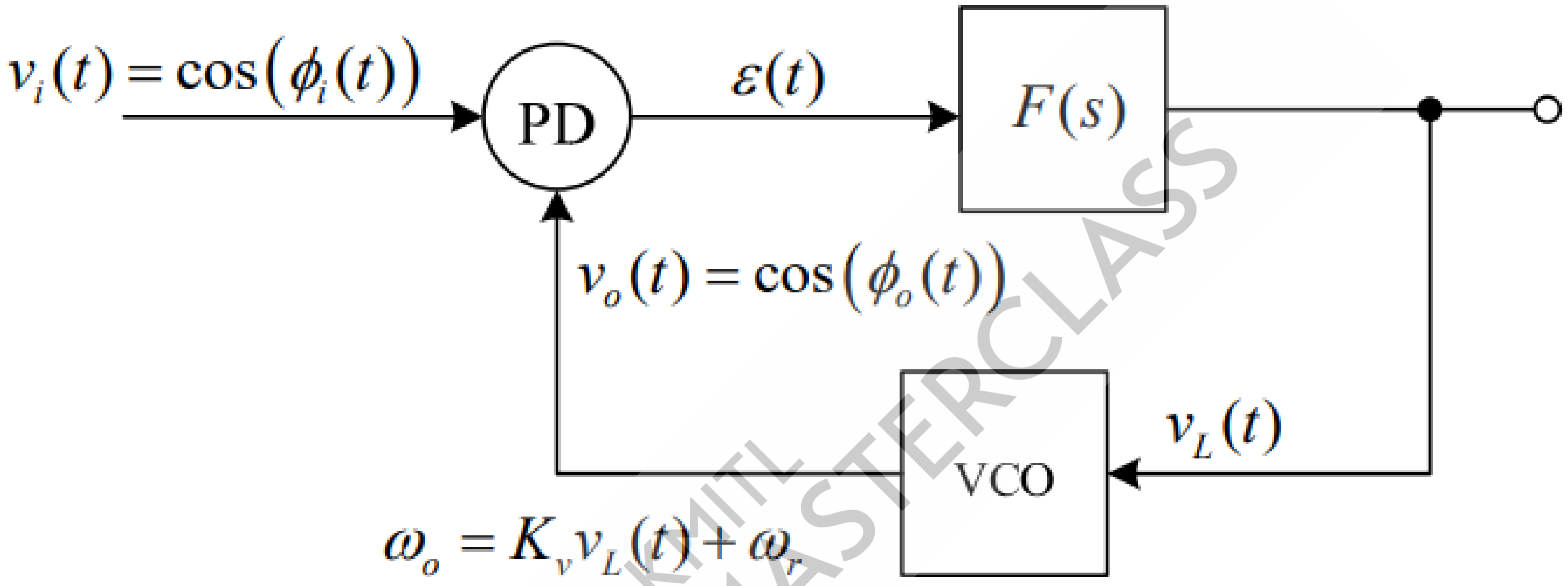
เพราะฉะนั้น

$$\frac{d^2}{dt^2}\phi_o(t)+10^{-2}\frac{d}{dt}\phi_o(t)+10\phi_o(t)=10\phi_i(t)+1$$

หาค่าความต่างเฟสได้จาก

$$\varepsilon(t)=10*10^2/10^3-10*10^{-1}*10^3/10^3=1-1=0\ \ V$$

วิธีทำ



แผนภาพของเฟสล็อกลูปในทางปฏิบัติ

พิจารณาจะได้ว่า

$$v_i(t)=\cos(\omega_i t+\theta_i)$$

$$v_o(t)=\cos\left(\omega_i t+\theta_i+\frac{K_I\omega_r}{K}-\frac{\omega_i}{K}\right)$$

วิธีทำ

พิจารณาให้ $v_i(t)$ เป็นสัญญาณเอฟเอ็มดังนี้

$$v_i(t) = A\cos\left(\omega_C t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(t)\,dt\right)$$

เมื่อเทียบกับเฟสล็อกลูปก็จะได้ว่า

$$\phi_i(t) = \omega_C t + K_f \int_{-\infty}^{t} m(t)\,dt$$

โดยที่ $\omega_i = \omega_C$ เป็นคลื่นพาห์

$m(t)$ คือ สัญญาณข่าวสาร

K_f คือ ค่าคงที่

วิธีทำ

ทำการหาความสัมพันธ์จะได้

$$V_L(s)\left[Gs^2+s+K\right]=K_LK_ds\phi_i(s)-\frac{K_LK_IK_d}{s}\omega_r$$

ทำการแปลงกลับลาปลาซ

$$G\frac{d^2}{dt^2}v_L(t)+\frac{d}{dt}v_L(t)+Kv_L(t)=K_LK_d\frac{d}{dt}\phi_i(t)\ -K_LK_IK_d\omega_ru(t)$$

แทนค่า $\phi_i(t)$

$$G\frac{d^2}{dt^2}v_L(t)+\frac{d}{dt}v_L(t)+Kv_L(t)=K_LK_d\omega_C+K_LK_dK_fm(t)\ -K_LK_IK_d\omega_ru(t)$$

วิธีทำ

จากสมการ

$$G\frac{d^2}{dt^2}v_L(t)+\frac{d}{dt}v_L(t)+Kv_L(t)=K_LK_dK_fm(t)+C$$

โดยที่ $C=K_LK_d\omega_C-K_LK_IK_d\omega_ru(t)$

และในกรณีที่ t >= 0 จะได้ $C=K_LK_d\omega_C-K_LK_IK_d\omega_r$

ถ้าสมมติให้ $m(t)=\cos(\omega_mt)$ จะได้ค่า

$$v_L(t)=\frac{K_LK_dK_f\cos\left(\omega_mt+\angle\tan^{-1}\left(\frac{\omega_m}{K-G\omega^2}\right)\right)}{\sqrt{\left(K-G\omega_m^2\right)^2+\omega_m^2}}+\frac{C}{K}$$

วิธีทำ

ถ้า $K >> G\omega_m^2$, $\tan^{-1}\left(\dfrac{\omega_m}{K - G\omega^2}\right) \approx \dfrac{\omega_m}{K}$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$v_L(t) = \frac{K_L K_d K_f}{K}\cos\left(\omega_m t + \frac{\omega_m}{K}\right) + \frac{C}{K}$$

ตัวอย่างที่ 2

จากตัวอย่างที่ 1 ถ้าให้สัญญาณอินพุต $v_i(t)=\cos\left(10^5 t+10^2\int\cos(100t)\,dt\right)$ และใช้ข้อมูลของระบบจากตัวอย่างที่ 1 เพื่อหาค่าเอาต์พุต

วิธีทำ

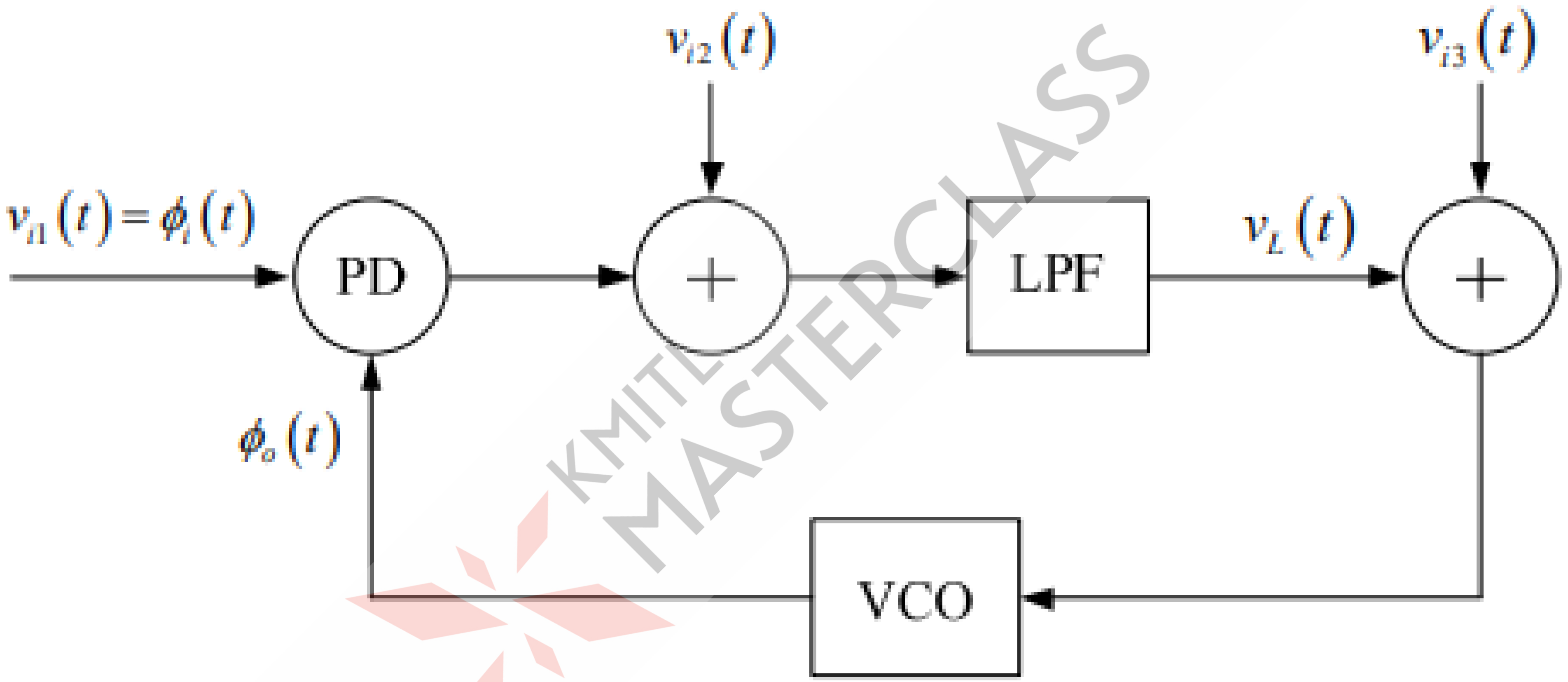
ให้ $\omega_c = 10^5\, Rad/Sec$ และ $\omega_r = 10^3\, Rad/Sec$

จะได้ค่า $C = K_L K_d \omega_c - K_L K_I K_d \omega_r = 10*10*10^5 - 10*10^{-1}*10*1000 = 10^7 - 10^4$

จะได้ค่าเอาต์พุต คือ

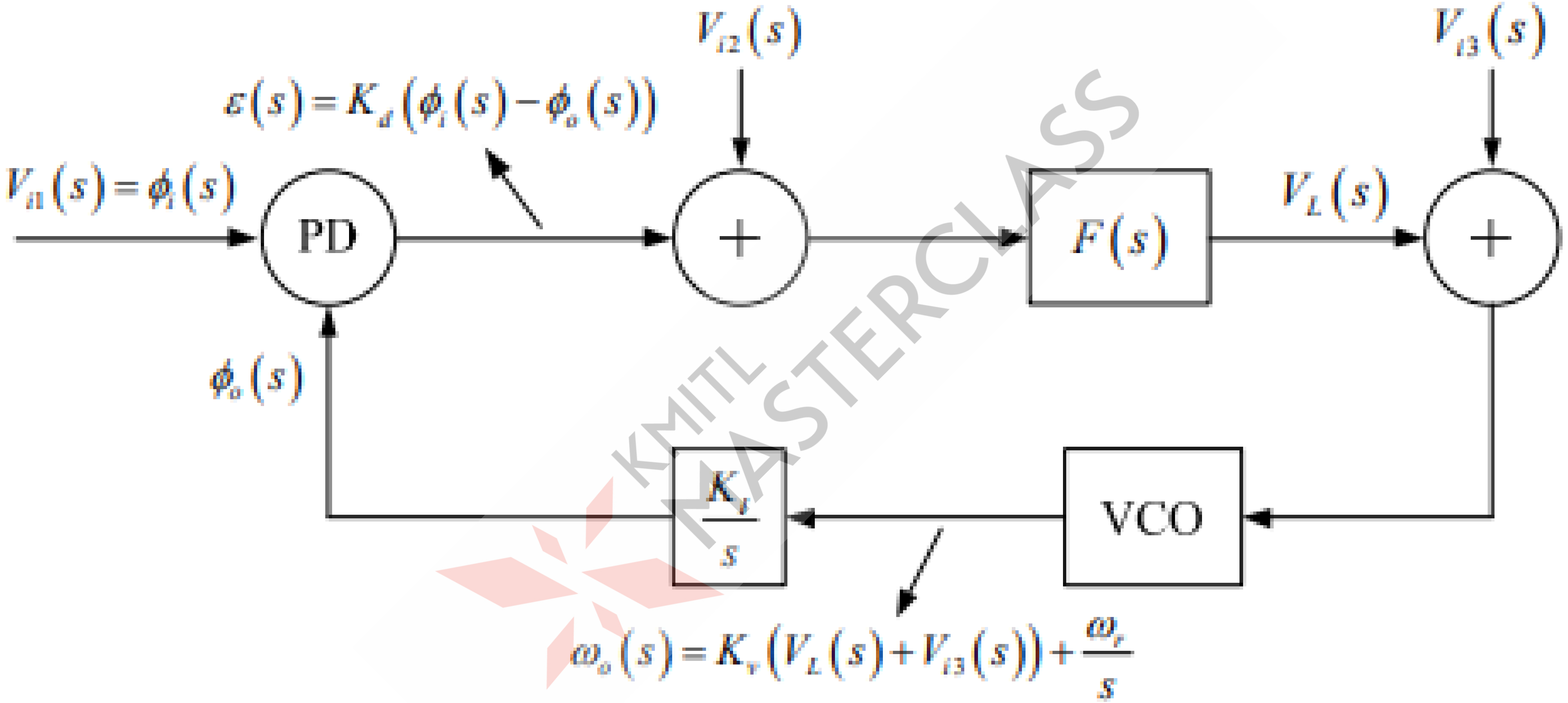
$$v_L(t)=\frac{10*10*10^2}{10^3}\cos\left(100t+\frac{100}{10^3}\right)+\frac{10^7-10^4}{10^3} = 10\cos(100t+0.1)+(10^4-10)\ V.$$

การป้อนอินพุตให้กับเฟสล็อกลูป



แผนภาพแสดงการดัดแปลงเฟสล็อกลูปเพื่อให้สามารถป้อนอินพุตได้ตามตำแหน่งในทางปฏิบัติ

การป้อนอินพุตให้กับเฟสล็อกลูป



แผนภาพแสดงการดัดแปลงเฟสล็อกลูปเพื่อให้สามารถป้อนอินพุตได้ตามตำแหน่งในทางทฤษฎี

พิจารณาจากตัวตรวจจับความต่างเฟส

$$\varepsilon(s) = K_d\left(\phi_i(s) - \phi_o(s)\right)$$

$$V_L(s) = F(s)\left[K_d\left(\phi_i(s) - \phi_o(s)\right) + V_{i2}(s)\right]$$

$$\omega_o(s) = K_v\left[F(s)\left[K_d\left(\phi_i(s) - \phi_o(s)\right) + V_{i2}(s)\right] + V_{i3}(s)\right]$$

$$\phi_o(s) = \frac{K_I K_v}{s}\left[F(s)\left[K_d\left(\phi_i(s) - \phi_o(s)\right) + V_{i2}(s)\right] + V_{i3}(s)\right]$$

จัดรูปใหม่

$$V_L(s) = \frac{K_L K_d \phi_i(s) + K_L s V_{i2}(s) - K V_{i3}(s)}{\left(Gs^2 + s + K\right)} - \frac{K_I K_d K_L \omega_r}{s\left(Gs^2 + s + K\right)}$$

จากสมการ

$$V_L(s)=\frac{K_LK_d\phi_i(s)+K_LsV_{i2}(s)-KV_{i3}(s)}{\left(Gs^2+s+K\right)}-\frac{K_IK_dK_L\omega_r}{s\left(Gs^2+s+K\right)}$$

ถ้าให้ $V_{i2}(s)$ และ $V_{i3}(s)$ เท่ากับศูนย์ จะได้

$$V_L(s)=\frac{K_LK_dV_{i1}(s)}{\left(Gs^2+s+K\right)}-\frac{K_IK_dK_L\omega_r}{s\left(Gs^2+s+K\right)}$$

ถ้าให้ $V_{i3}(s)=0$ จะได้

$$V_L(s)=\frac{K_LK_dV_{i1}(s)+K_LsV_{i2}(s)}{\left(Gs^2+s+K\right)}-\frac{K_IK_dK_L\omega_r}{s\left(Gs^2+s+K\right)}$$

และถ้าให้ $V_{i2}(s)=0$ จะได้

$$V_L(s)=\frac{K_LK_dV_{i1}(s)-KV_{i3}(s)}{\left(Gs^2+s+K\right)}-\frac{K_IK_dK_L\omega_r}{s\left(Gs^2+s+K\right)}$$

ตัวอย่างที่ 3

โดยใช้ข้อมูลของระบบเฟสล็อกลูปที่เป็นข้อมูลเดียวกับตัวอย่างที่ 1 จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองความถี่แถวบผ่านในสภาวะคงตัว

วิธีทำ

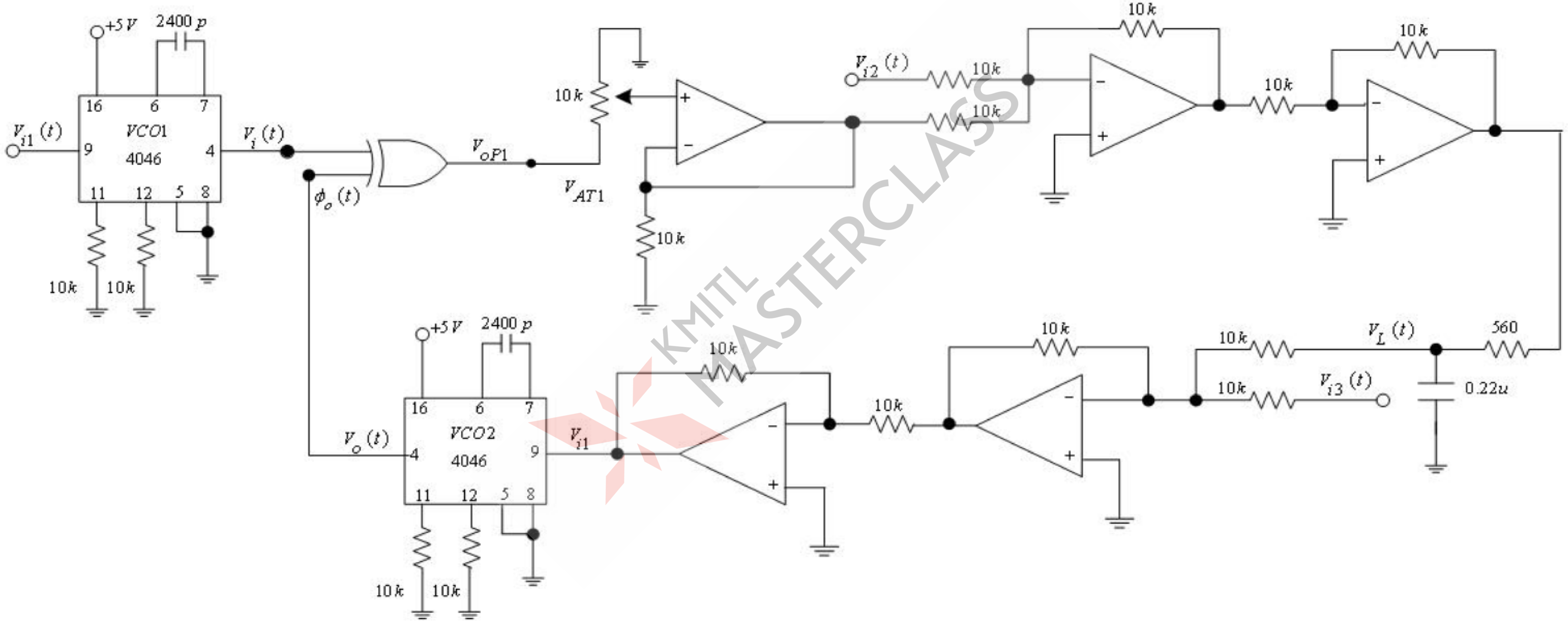
ให้ $V_{i1}(s)=0, V_{i3}(s)=0$ จะได้

$$V_L(s)=\frac{K_L s V_{i2}(s)}{(Gs^2+s+K)}-\frac{K_I K_d K_L \omega_r}{s(Gs^2+s+K)}$$

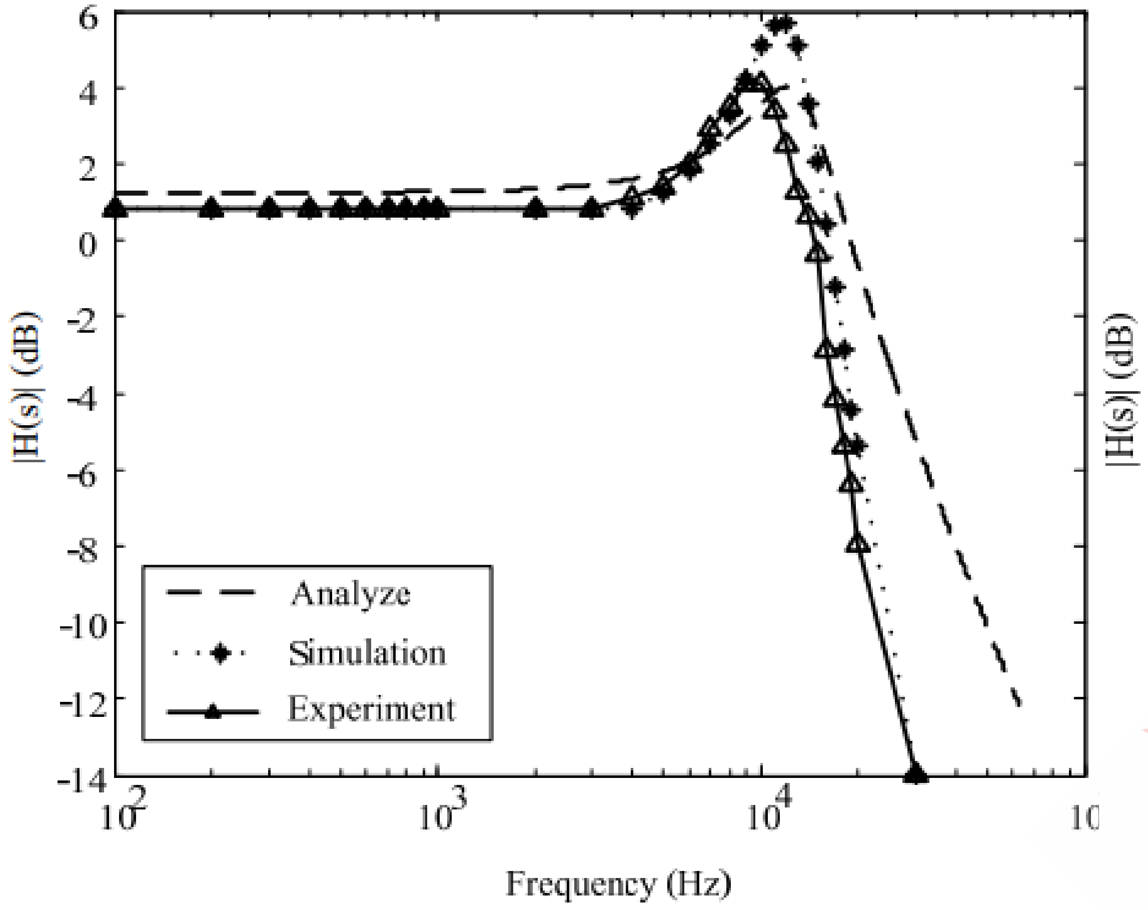
จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\frac{V_L(s)}{V_{i2}(s)}=\frac{K_L s}{(Gs^2+s+K)}=\frac{10s}{(10^3 s^2+s+10^3)}=\frac{10^{-2}s}{(s^2+10^{-3}s+1)}$$

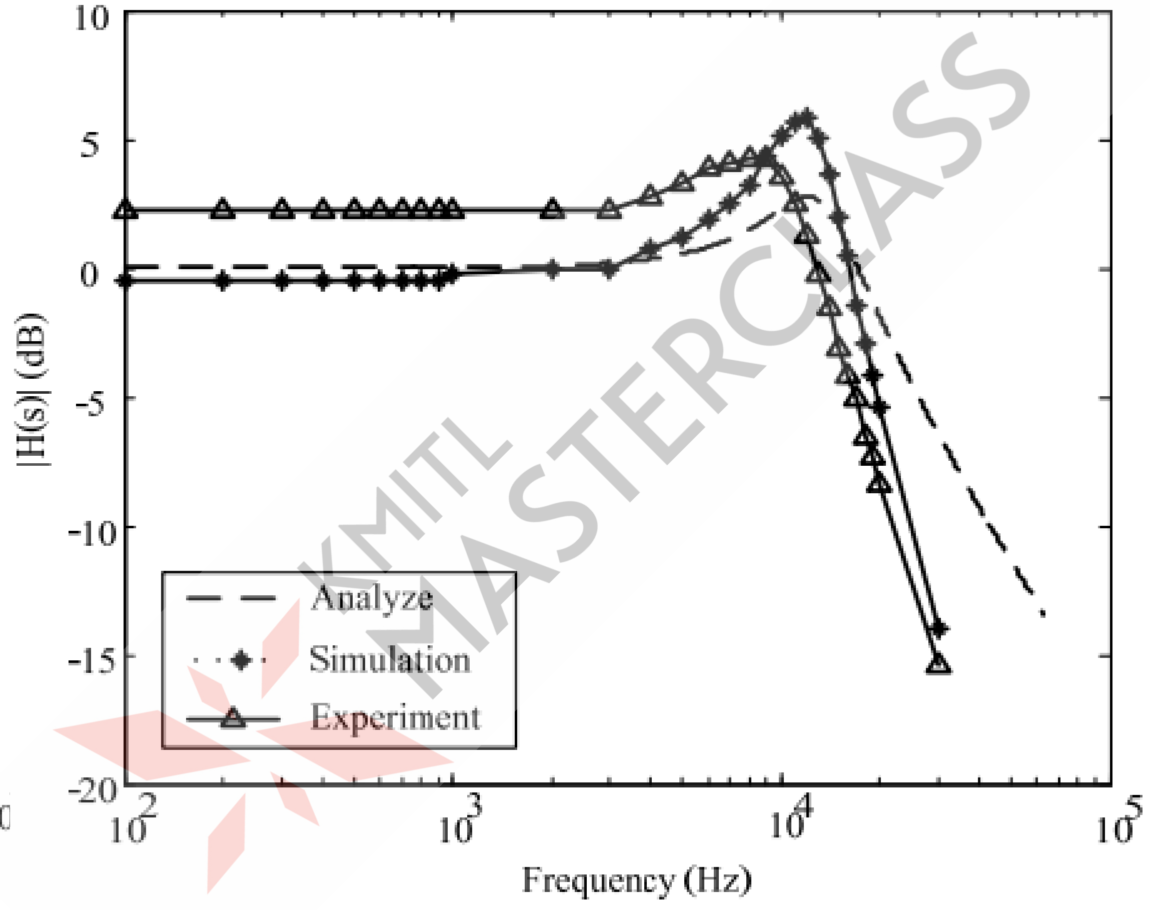
ผลทดลองการทำงานของระบบ



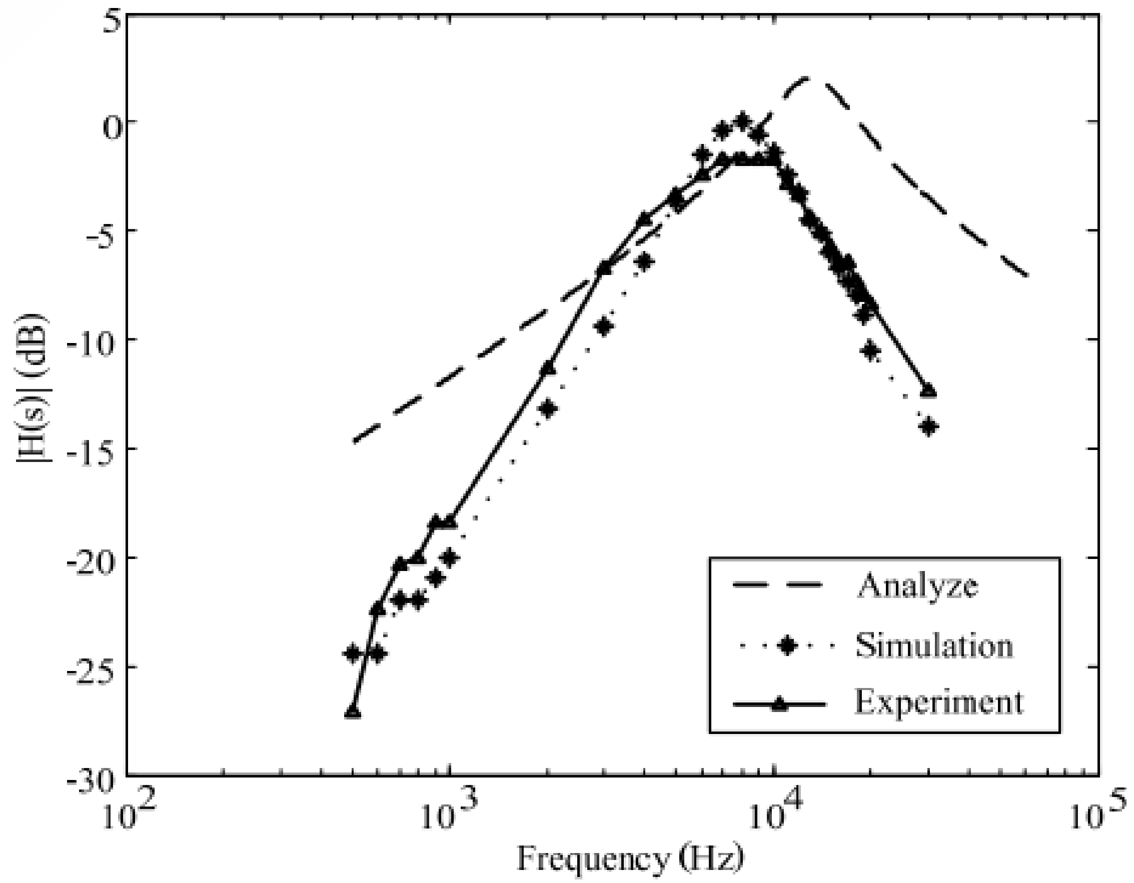
วงจรเฟสล็อกลูปที่ถูกดัดแปลงในการทดลอง



ผลตอบสนองทางความถี่ระหว่าง $V_L(s)$ และ $V_{i1}(s)$

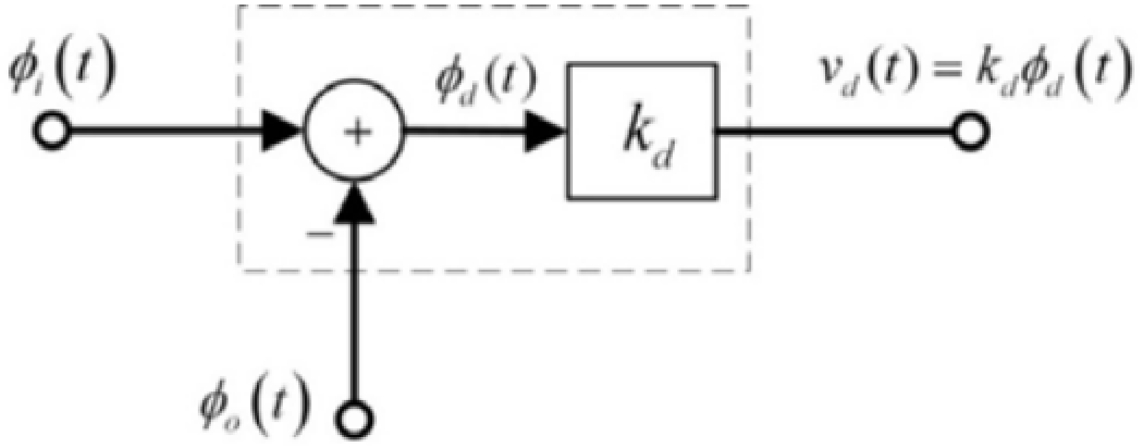


ผลตอบสนองทางความถี่ระหว่าง $V_L(s)$ และ $V_{i2}(s)$



ผลตอบสนองทางความถี่ระหว่าง $V_L(s)$ และ $V_{i3}(s)$

ตัวตรวจจับความต่างเฟส (PHASE DETECTOR : PD)



$$\longrightarrow \quad v_d(t) = k_d\left(\phi_i(t) - \phi_o(t)\right) = k_d\phi_d(t)$$

บล็อกไดอะแกรมตัวตรวจจับความต่างเฟส

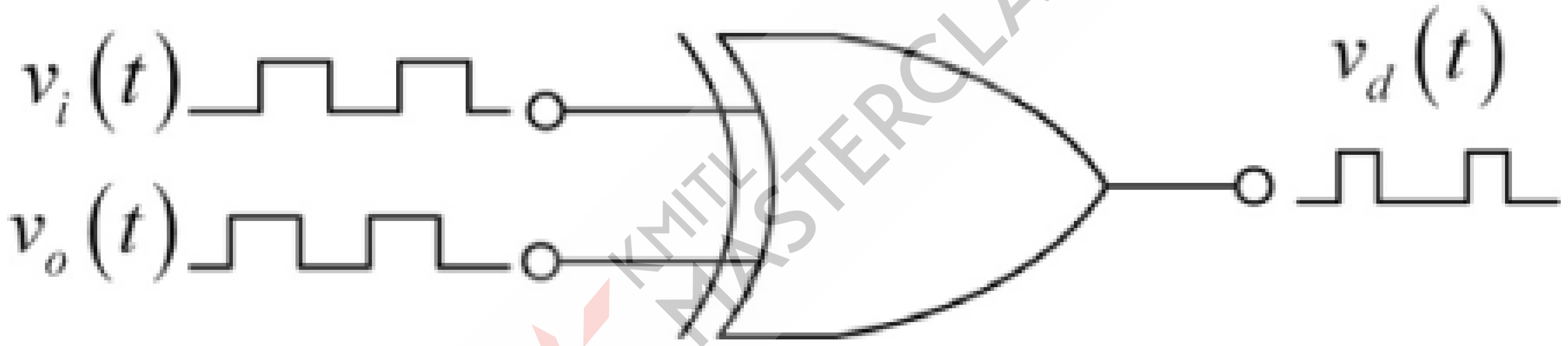
กำหนดให้ $\phi_i(t)$ และ $\phi_o(t)$ คือ เฟสของสัญญาณอินพุต

$\phi_d(t)$ คือ ผลต่างของเฟสสัญญาณอินพุต

k_d คือ ค่าคงที่ของตัวตรวจจับความต่างเฟส

$v_d(t)$ คือ สัญญาณเอาต์พุตของตัวตรวจจับความต่างเฟส

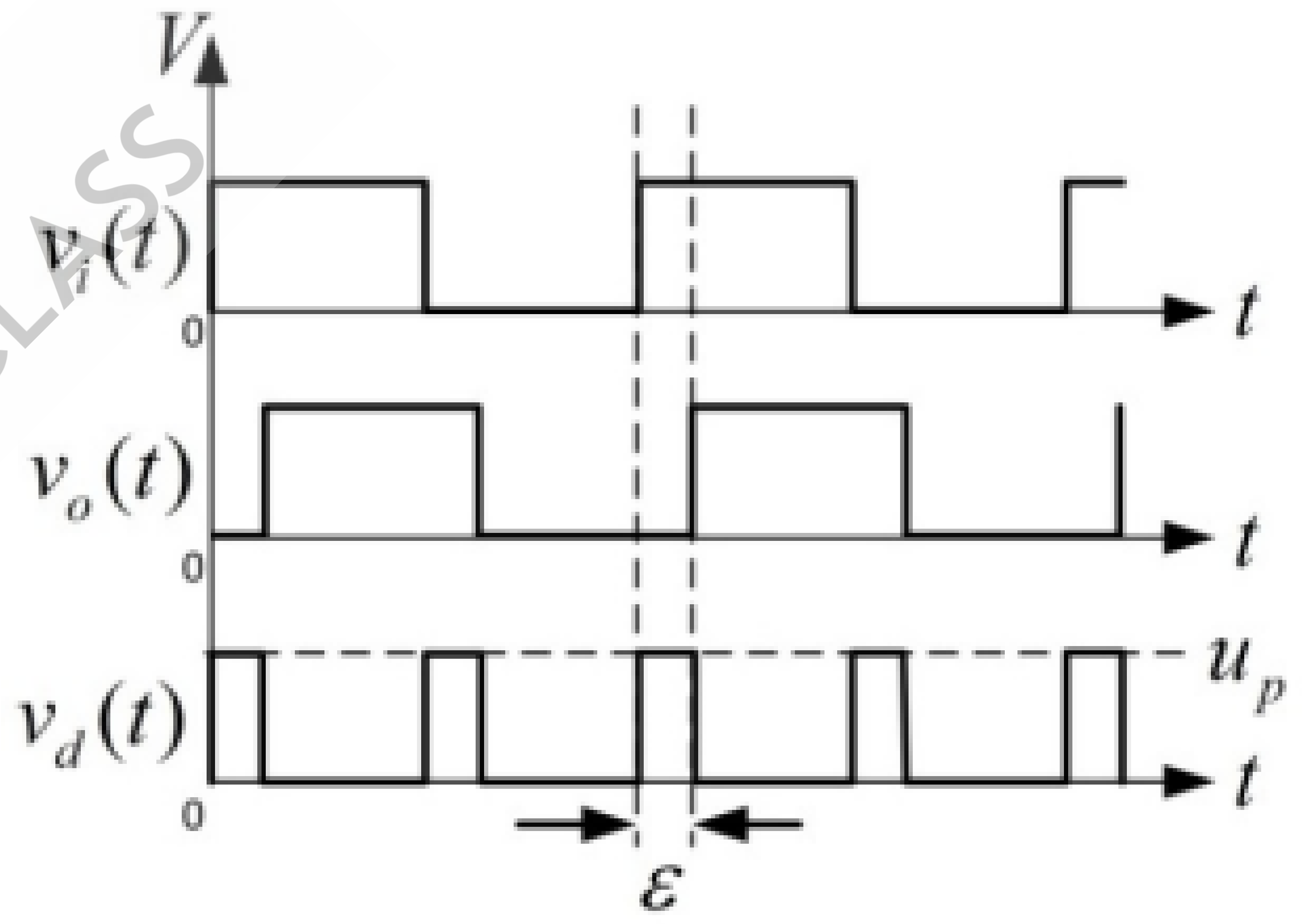
ตัวตรวจจับความต่างเฟสชนิด EXCLUSIVE OR GATE (XOR GATE)



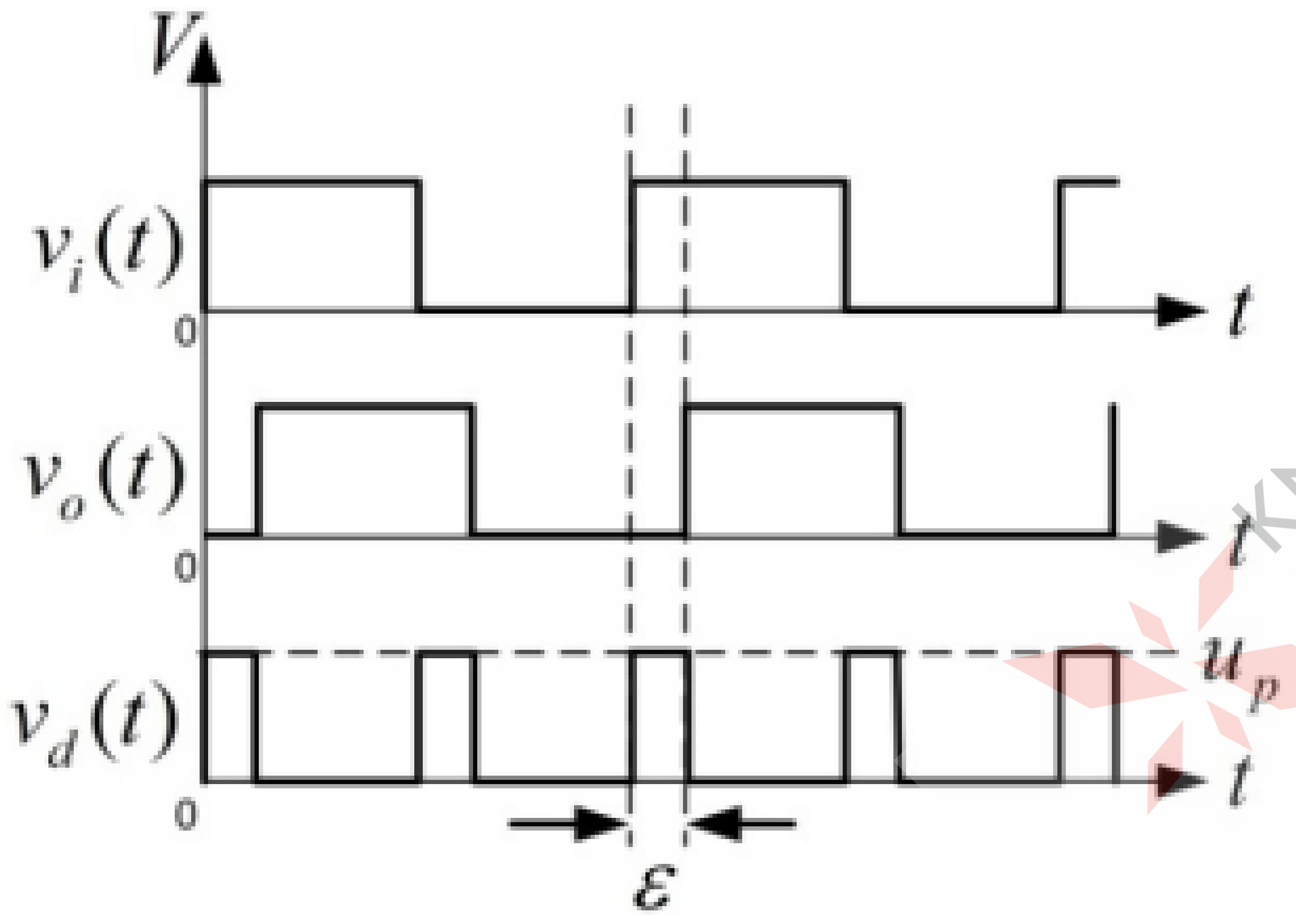
โครงสร้างตัวตรวจจับความต่างเฟสชนิด XOR gate

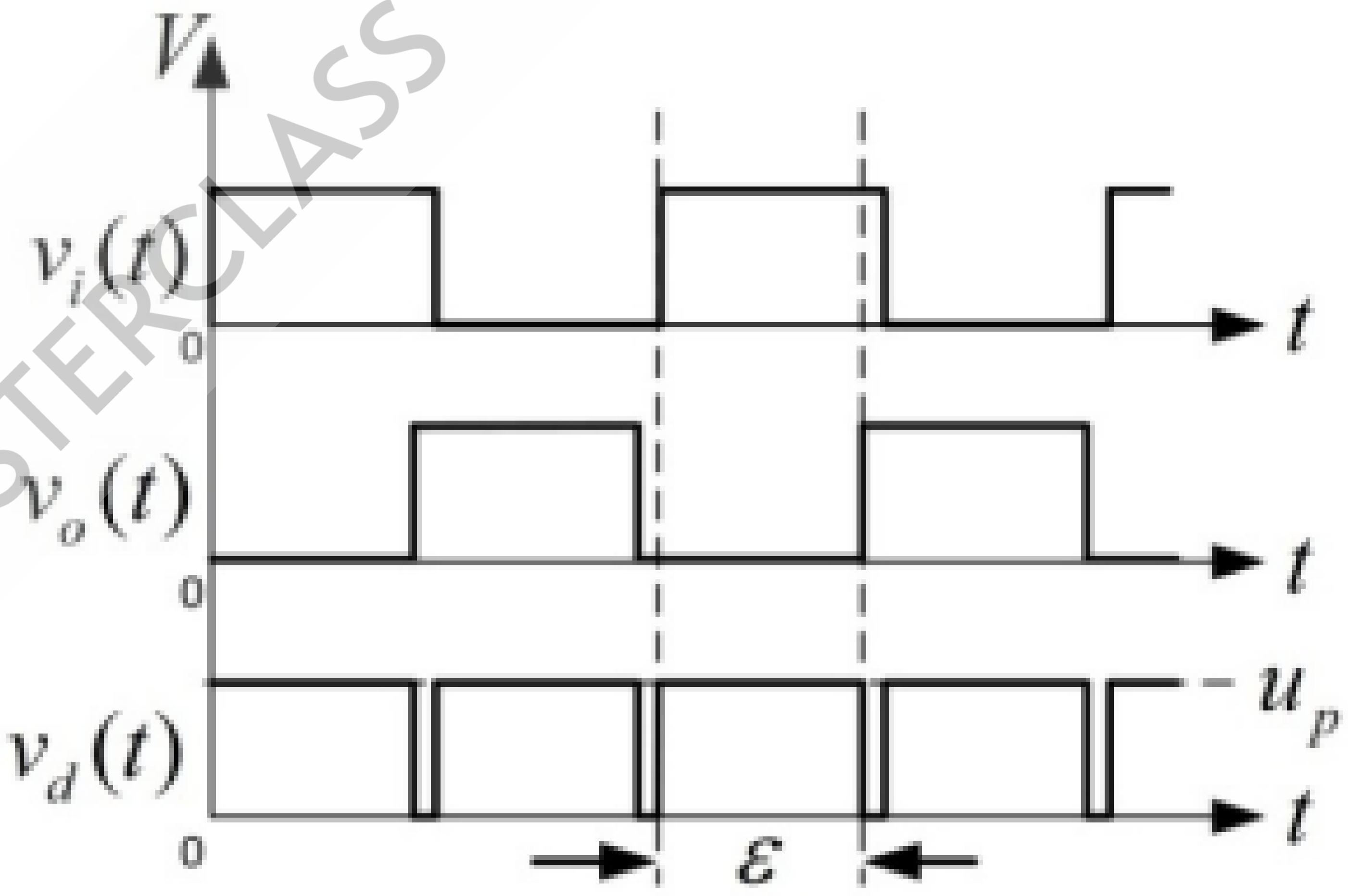
ตารางค่าความจริงของ XOR gate

สัญญาณอินพุต		สัญญาณ
$v_i(t)$	$v_o(t)$	$v_d(t)$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

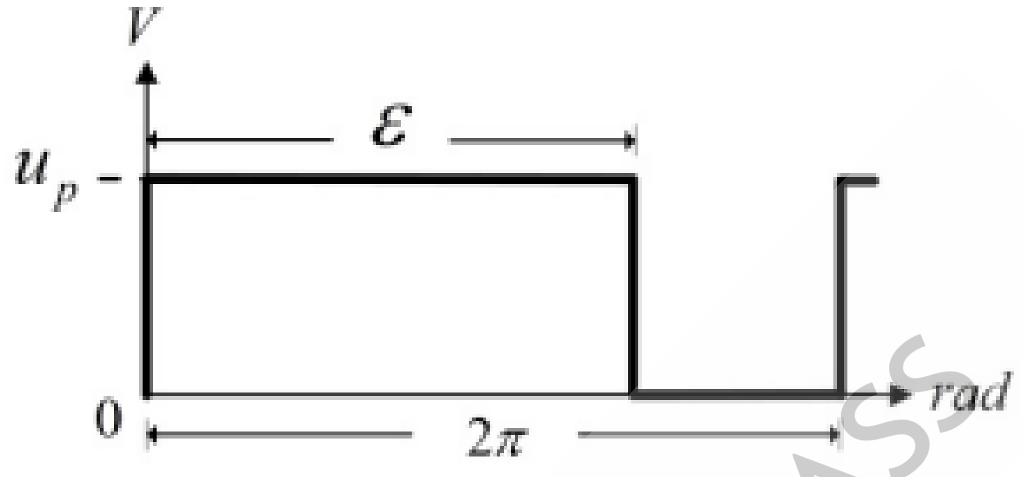


รูปแสดงความสัมพันธ์ของความต่างเฟสของสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตของตัวตรวจจับความต่างเฟส





เมื่อมีความต่างเฟสเข้าใกล้ π เรเดียน



สัญญาณความต่างเฟส

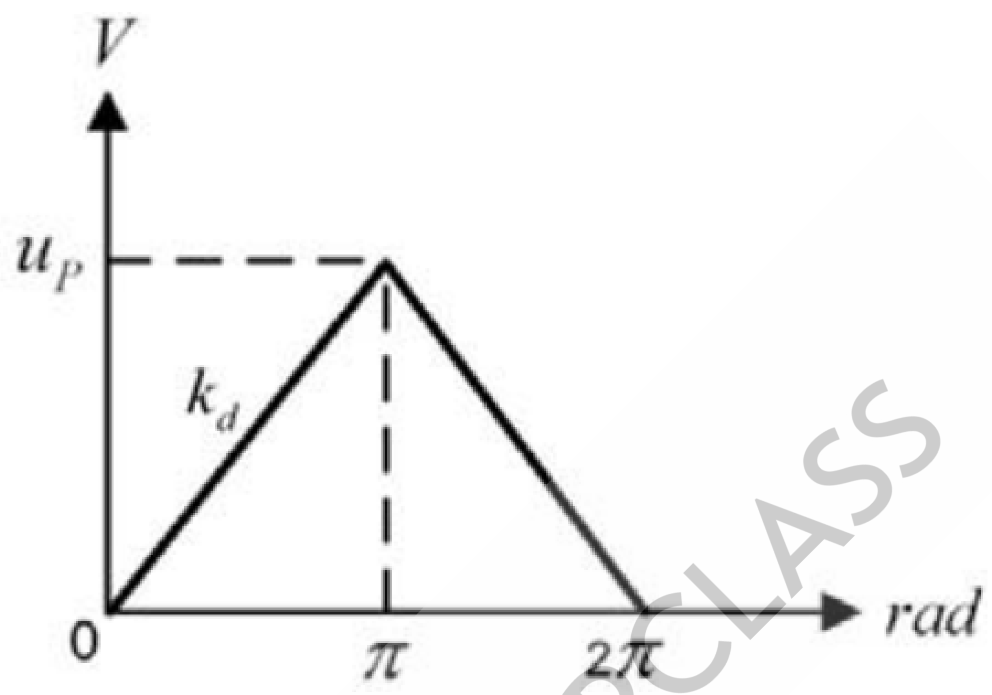
ค่าเฉลี่ยไฟตรง คือ อัตราส่วนของช่วงความกว้างพัลส์บวกต่อคาบเวลา โดยเขียนได้เป็น

$$DC_p = \frac{u_p \varepsilon}{2\pi}$$

โดยที่

u_p คือ แอมพลิจูดของสัญญาณความต่างเฟส (volt)

ε คือ ความกว้างพัลส์บวกในหน่วยเรเดียน (radian)

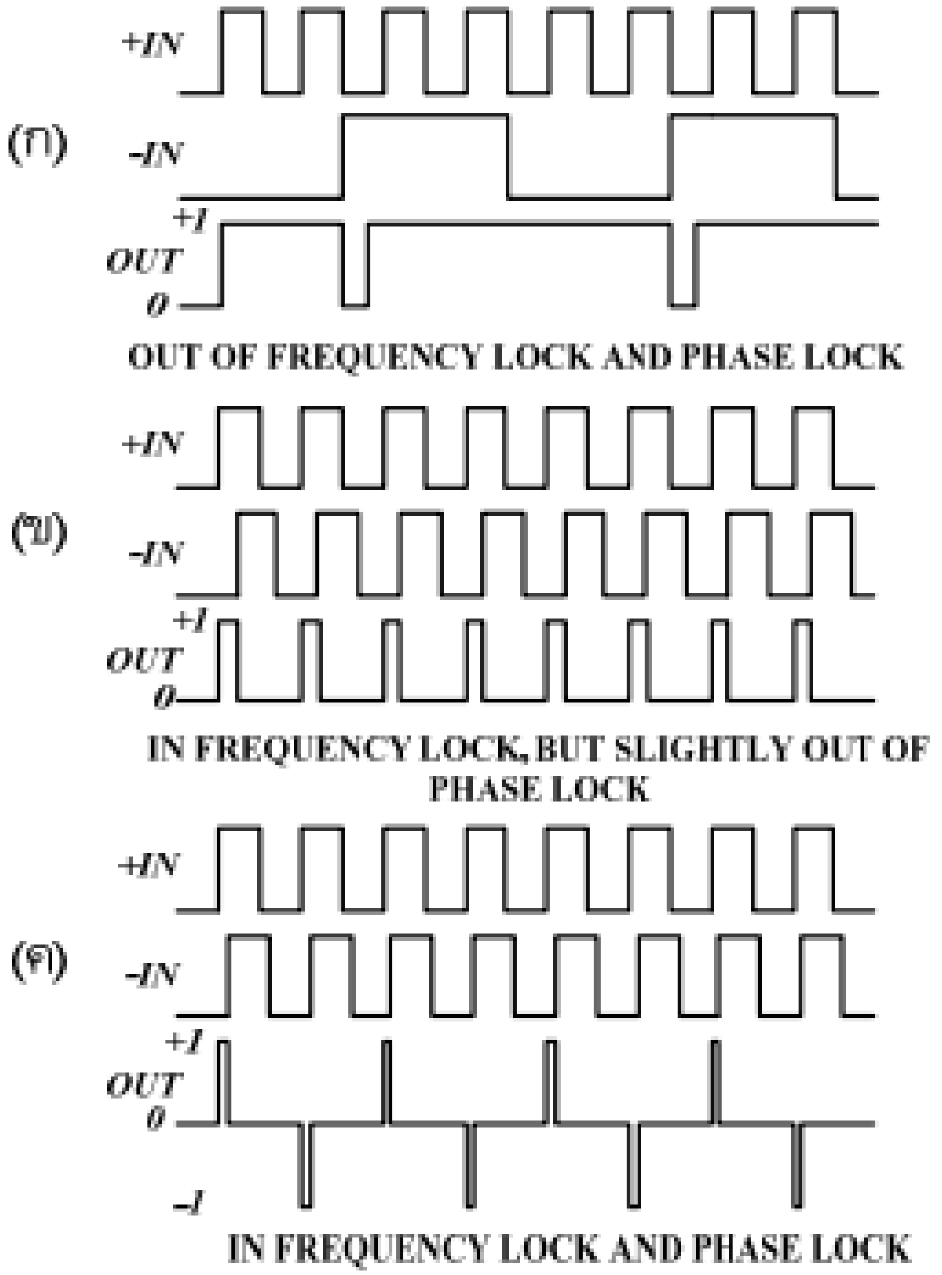


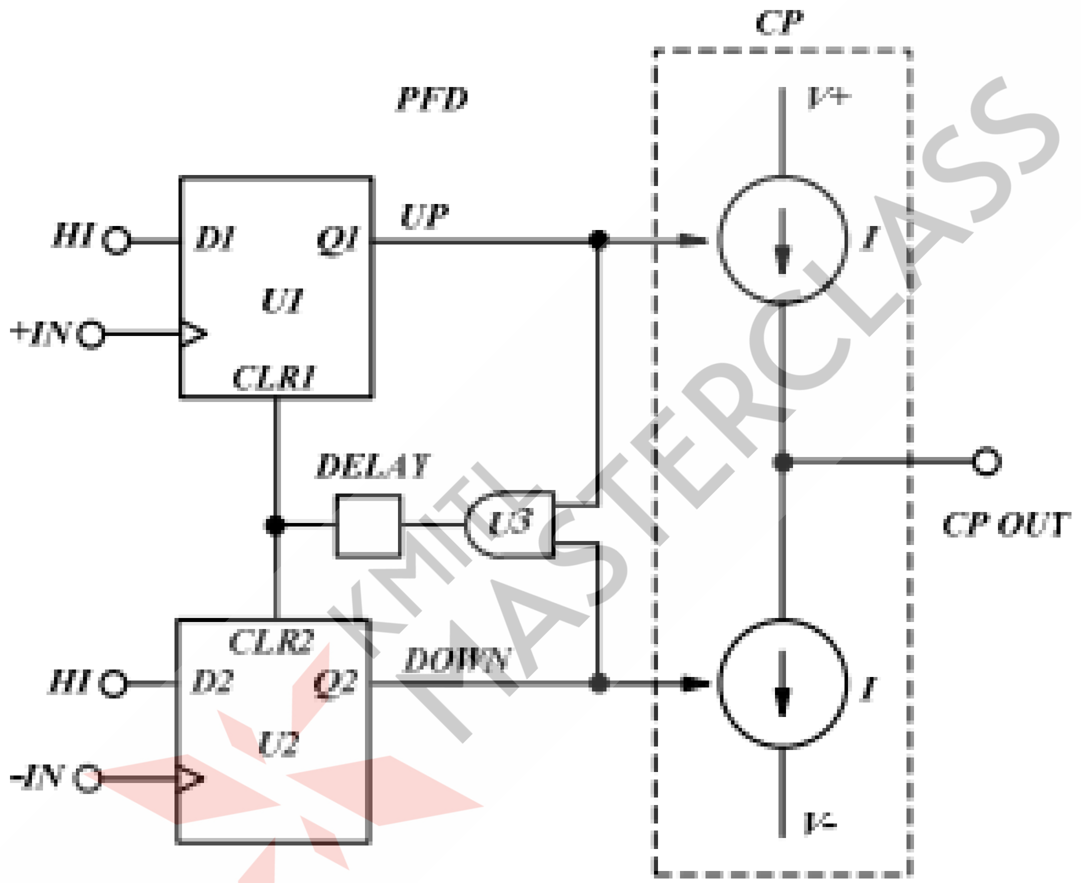
แรงดันเฉลี่ยของสัญญาณเอาต์พุตเทียบกับความต่างเฟสแบบ XOR gate

โดยที่ความชันของกราฟคือค่า k_d มีค่าเป็น

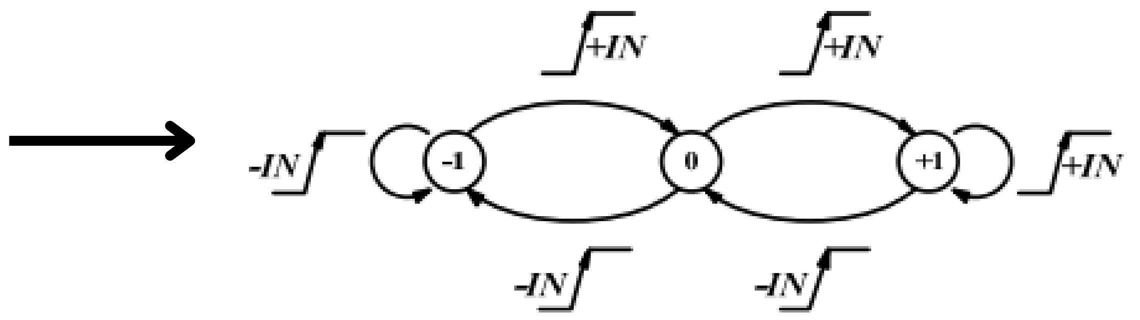
$$k_d = \frac{u_p}{\pi} \qquad \left({}^{V}\!\big/_{rad} \right)$$

ตัวตรวจจับความถี่และเฟส (PHASE-FREQUENCY DETECTOR, PFD)



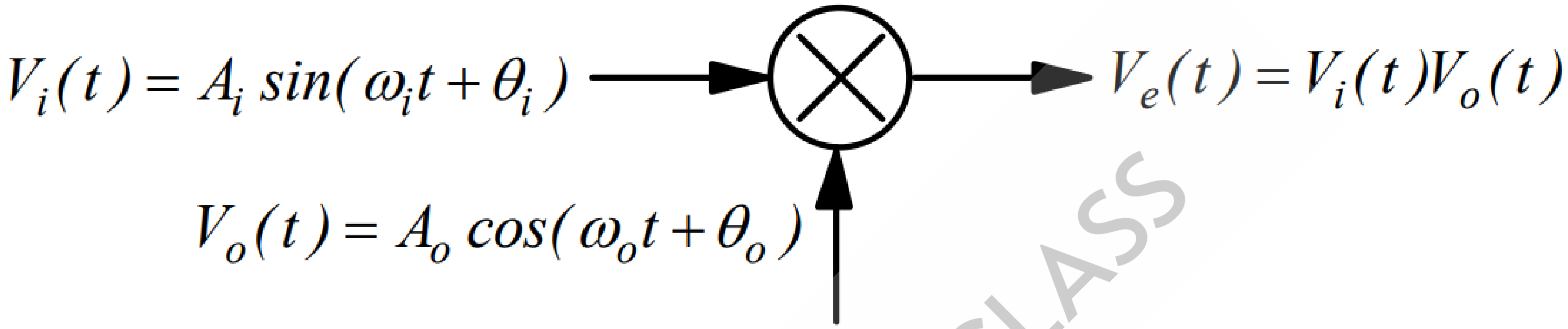


UP	DOWN	CP OUT
1	0	+1
0	1	-1
0	0	0



State diagram

ตัวตรวจจับเฟสชนิดตัวคูณแอนะล็อก



พิจารณา $V_e(t)$

$$V_e(t) = A_i A_o \sin(\omega_i t + \theta_i)\cos(\omega_o t + \theta_o)$$

จัดรูปโดยยอาศัยเอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$2\sin A \cos B = \sin(A - B) + \sin(A + B)$$

โดยที่

$$\Delta\omega = \omega_i - \omega_o \,,\ A_e = \frac{A_i A_o}{2} \,, \Delta\theta = \theta_i - \theta_o$$

ได้เป็นดังนี้

$$V_e(t) = A_e \sin(\Delta\omega t + \Delta\theta) + A_e \sin((\omega_i - \omega_o)t + \theta_i + \theta_o)$$

จากสมการ

$$V_e(t) = A_e \sin(\Delta\omega t + \Delta\theta) + A_e \sin((\omega_i - \omega_o)t + \theta_i + \theta_o)$$

เทอมความถี่ต่ำ เทอมความถี่สูง

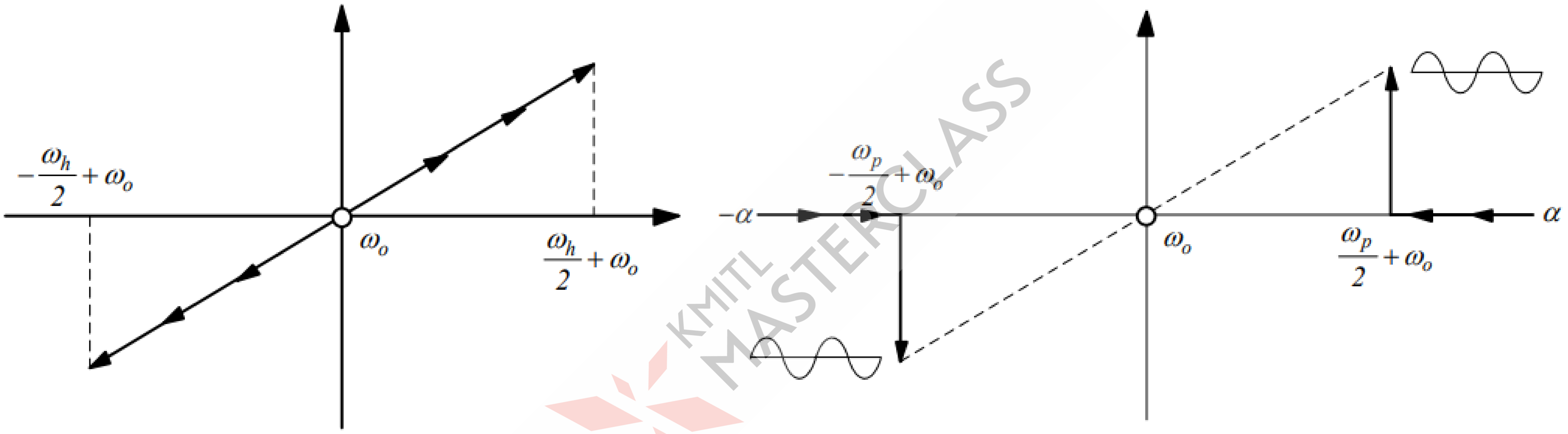
เมื่อกำจัดเทอมความถี่สูงด้วยการนำ $V_e(t)$ ไปผ่านตัวกรองความถี่ต่ำ จะได้

$$V_{PD}(t) = A_e \sin(\Delta\omega t + \Delta\theta)$$

เมื่อพิจารณาให้ $\Delta\omega t + \Delta\theta$ มีค่าน้อย จะได้

$$V_{PD}(t) = A_e(\Delta\omega t + \Delta\theta)$$

สภาวะการทำงานของเฟสล็อกลูป

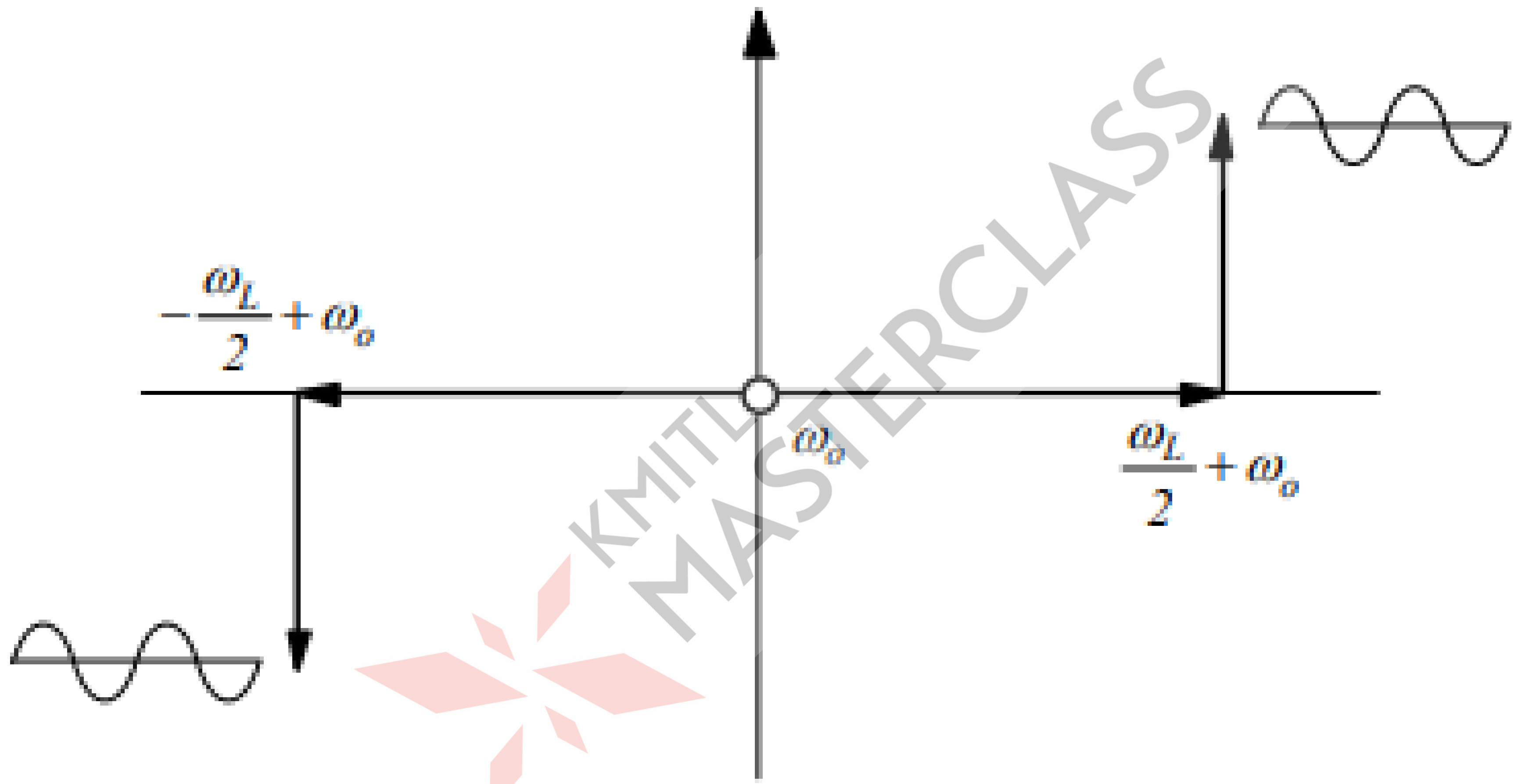


(ก) pull in range capture range ω_h

(ข) Pull in Range Capture Range ω_p

รูปแสดงภาพสถานะการทำงานของเฟสล็อกลูป

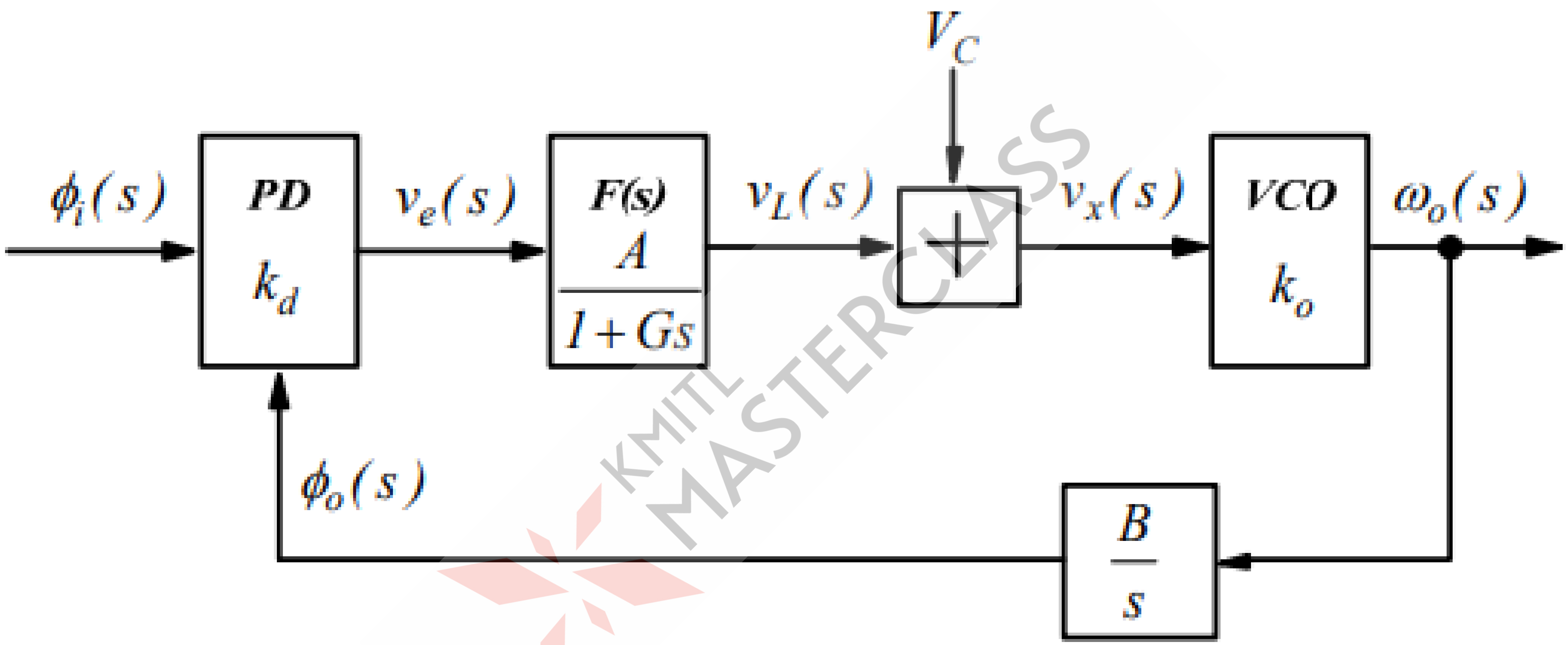
สภาวะการทำงานของเฟสล็อกลูป



(ค) Lock in Range ω_L

รูปแสดงภาพสถานะการทำงานของเฟสล็อกลูป

การมอดูเลตพัลส์โดยอาศัยเฟสล็อกลูป



บล็อกไดอะแกรมของการเลื่อนเฟสและ PWM

$\phi_i(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสอินพุต $\phi_i(t)$

$\phi_o(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสเอาต์พุต $\phi_o(t)$

$\varepsilon(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความต่างเฟส $\varepsilon(t)$

$v_e(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความต่างเฟส $v_e(t)$

$v_L(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตตัวกรองลูป $v_L(t)$

$\omega_L(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความถี่เอาต์พุตของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่ $\omega_L(t)$

K_d คือ ค่าอัตราขยายของวงจรหาค่าความต่างเฟส

K_v คือ ค่าอัตราขยายของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่

K_I คือ ค่าอัตราขยายของวงจรปริพันธ์

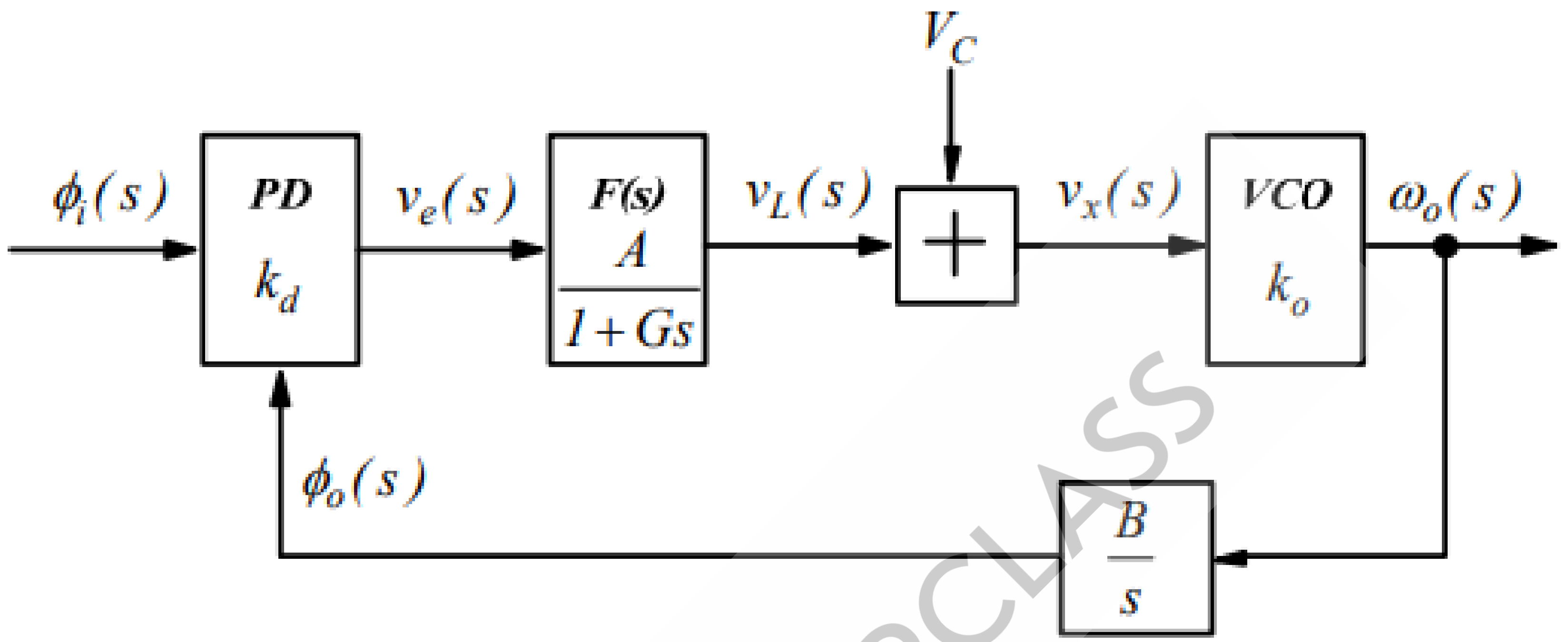
$\omega_r(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความถี่อิสระของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่

k_d คือ อัตราขยายของวงจรหาค่าความต่างเฟส

k_o คือ อัตราขยายของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่

A คือ อัตราขยายของตัวกรองลูป

B คือ อัตราขยายของวงจรปริพันธ์



จากความสัมพันธ์ของระบบสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{ABk_d k_o \phi_o(s)}{s(1+Gs)} + \phi_o(s) = \frac{ABk_d k_o \phi_i(s)}{s(1+Gs)} + \frac{BV_C k_o}{s} + \frac{B\omega_r(s)}{s}$$

จากสมการ

$$\frac{ABk_d k_o \phi_o(s)}{s(1+Gs)} + \phi_o(s) = \frac{ABk_d k_o \phi_i(s)}{s(1+Gs)} + \frac{BV_C k_o}{s} + \frac{B\omega_r(s)}{s}$$

ทำการแทนค่าฟังก์ชันส่งผ่านตัวกรองลูป ซึ่งมีค่าเท่ากับ $F(s) = \frac{A}{1+Gs}$ และให้ $K = ABk_d k_o$

$$Gs^2\phi_o(s) + s\phi_o(s) + K\phi_o(s) = K\phi_i(s) + sGBV_C k_o + BV_C k_o + B\omega_r(s) + BGs\omega_r(s)$$

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2} + \frac{d\phi_o(t)}{dt} + K\phi_o(t) = K\phi_i(t) + GBV_C\frac{dk_o}{dt} + BV_C k_o + B\omega_r(t) + BG\frac{d\omega_r(t)}{dt}$$

โดย $\omega_r(t)$ เป็นค่าคงที่ ดังนั้นทำอนุพันธ์ในเทอมทางขวามือจะมีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้เป็น

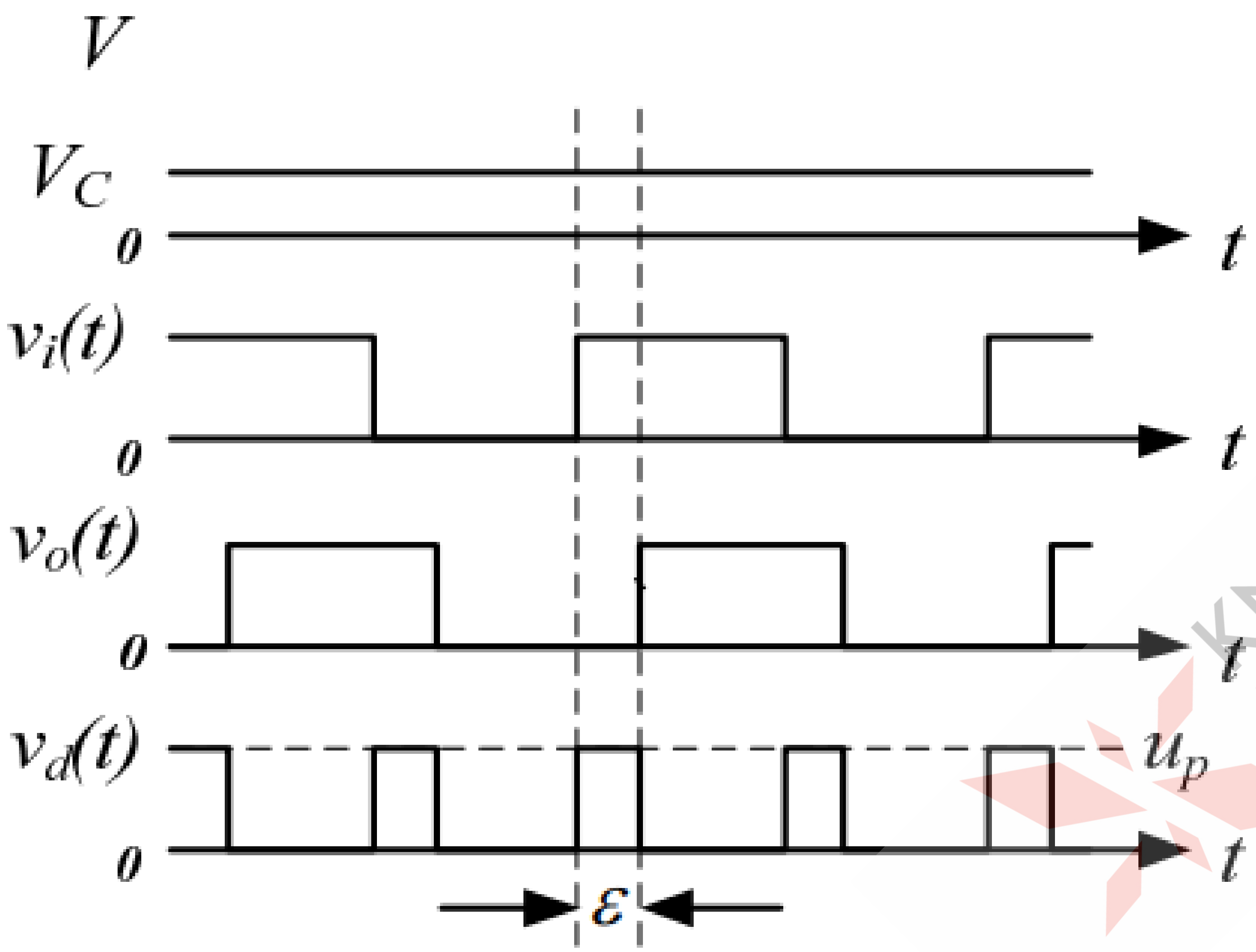
$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2} + \frac{d\phi_o(t)}{dt} + K\phi_o(t) = K\phi_i(t) + BV_C k_o + B\omega_r(t)$$

จากสมการ

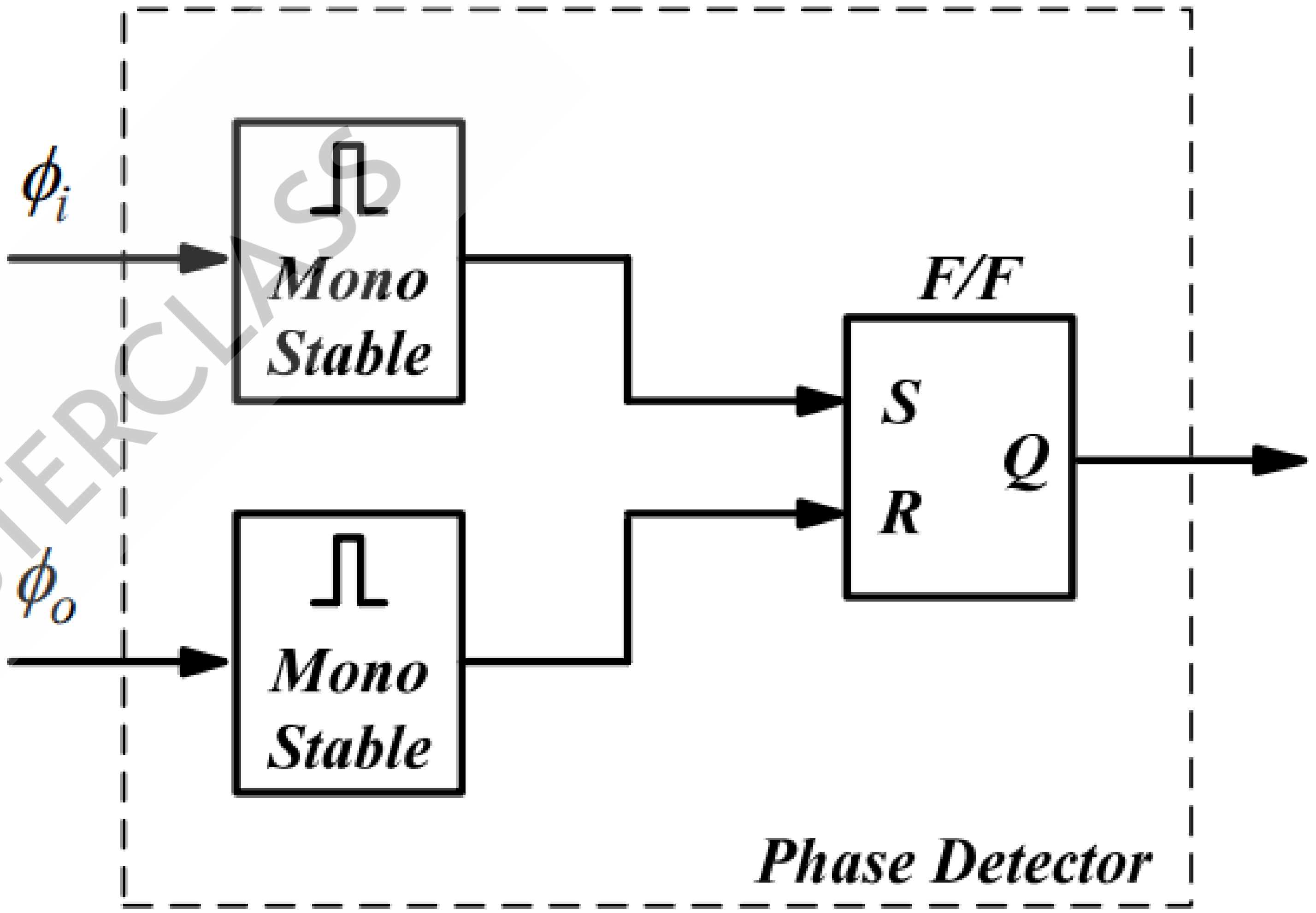
$$\phi_o(t) = \omega_i t + \theta_i + \frac{BV_C k_o}{K} + \frac{B\omega_r}{K} - \frac{\omega_i}{K}$$

โดยที่

$$\phi_D(t) = \phi_i(t) - \phi_o(t) = \frac{\omega_i}{K} - \frac{BV_C k_o}{K} - \frac{B\omega_r}{K} = \frac{\omega_i}{ABk_d k_o} - \frac{V_C k_o}{Ak_d} - \frac{\omega_r}{Ak_d k_o}$$

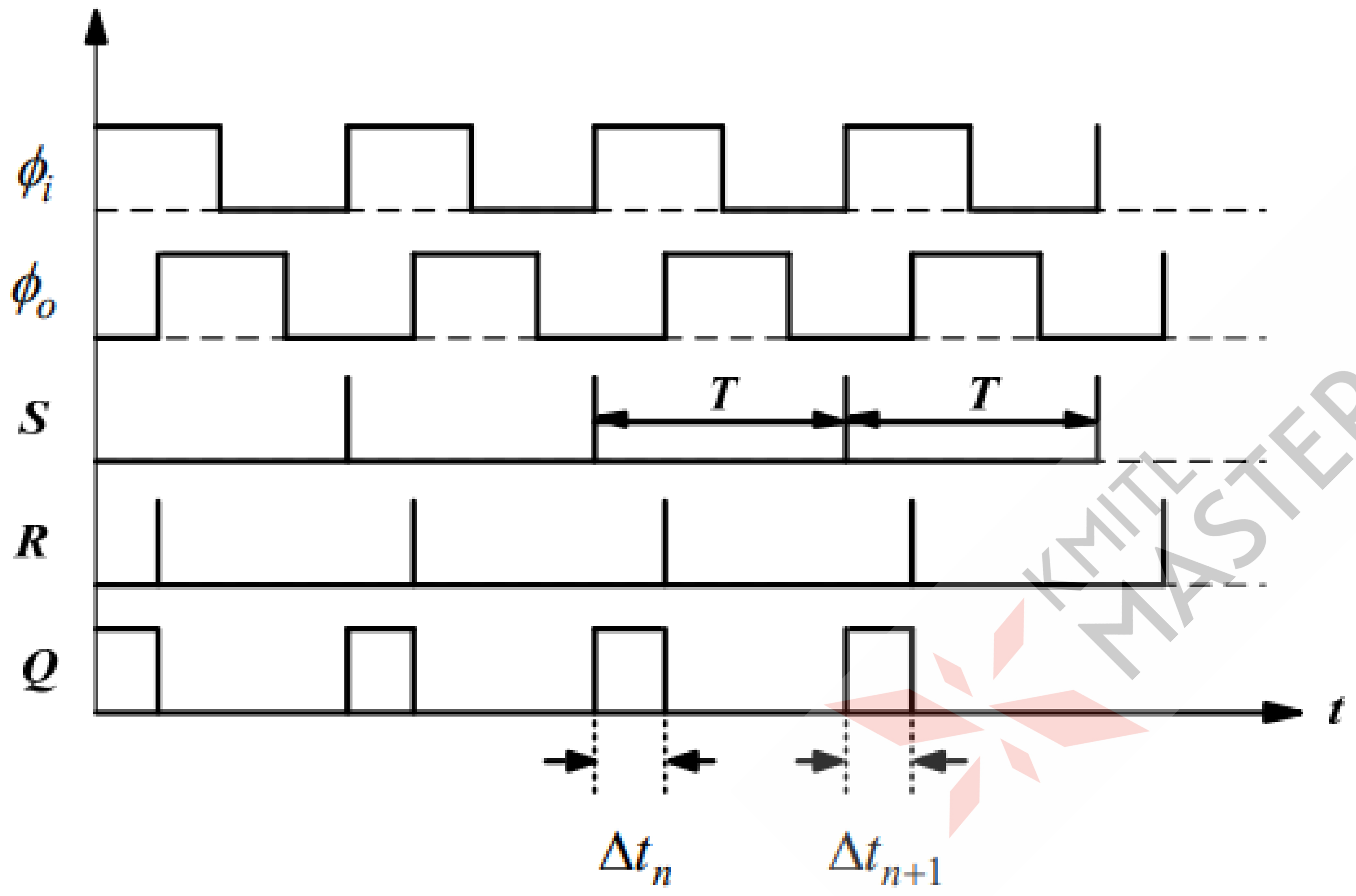


การมอดูเลต PWM

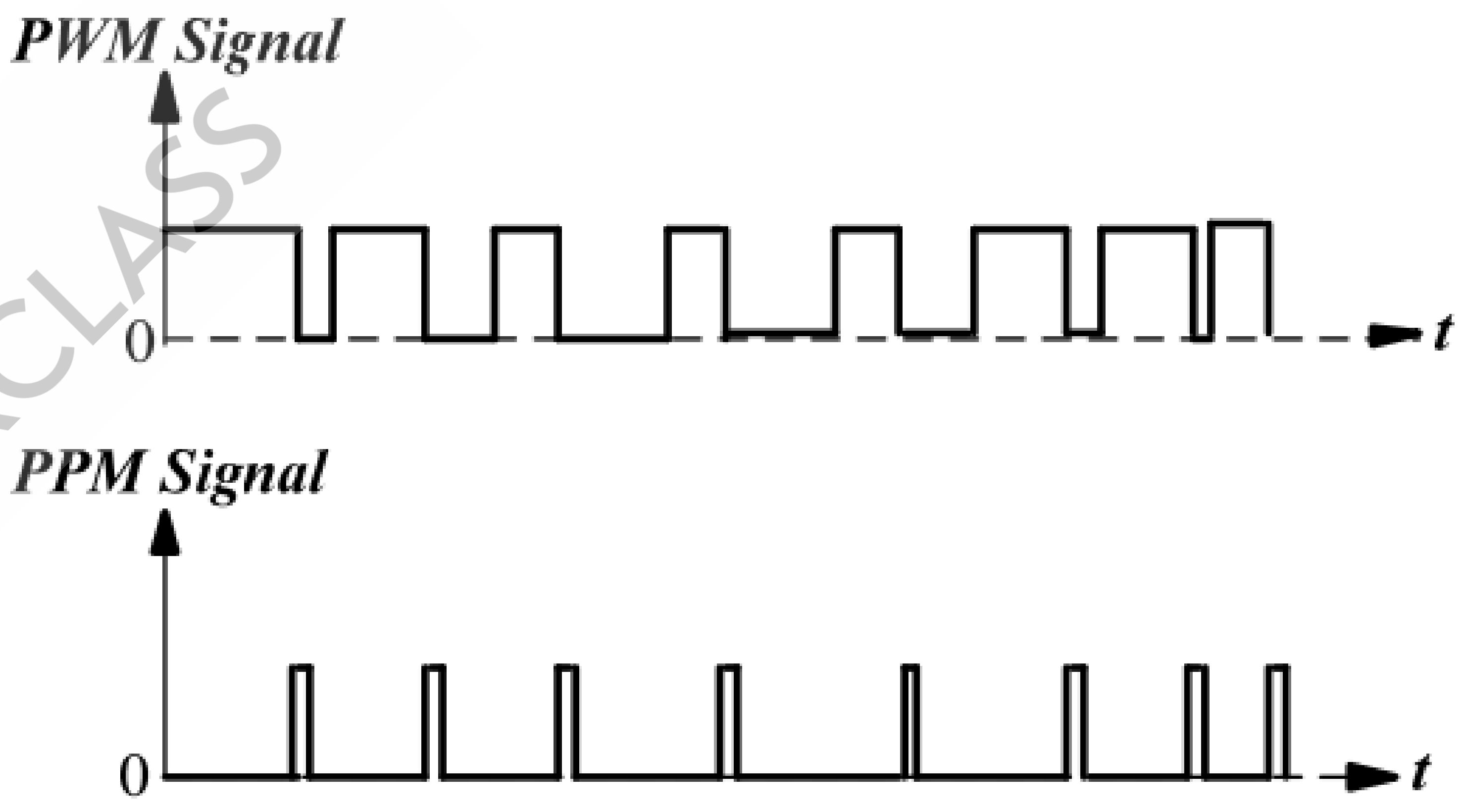


วงจรหาค่าความต่างเฟสชนิดที่ใช้ R/S ฟลิบฟลอบ

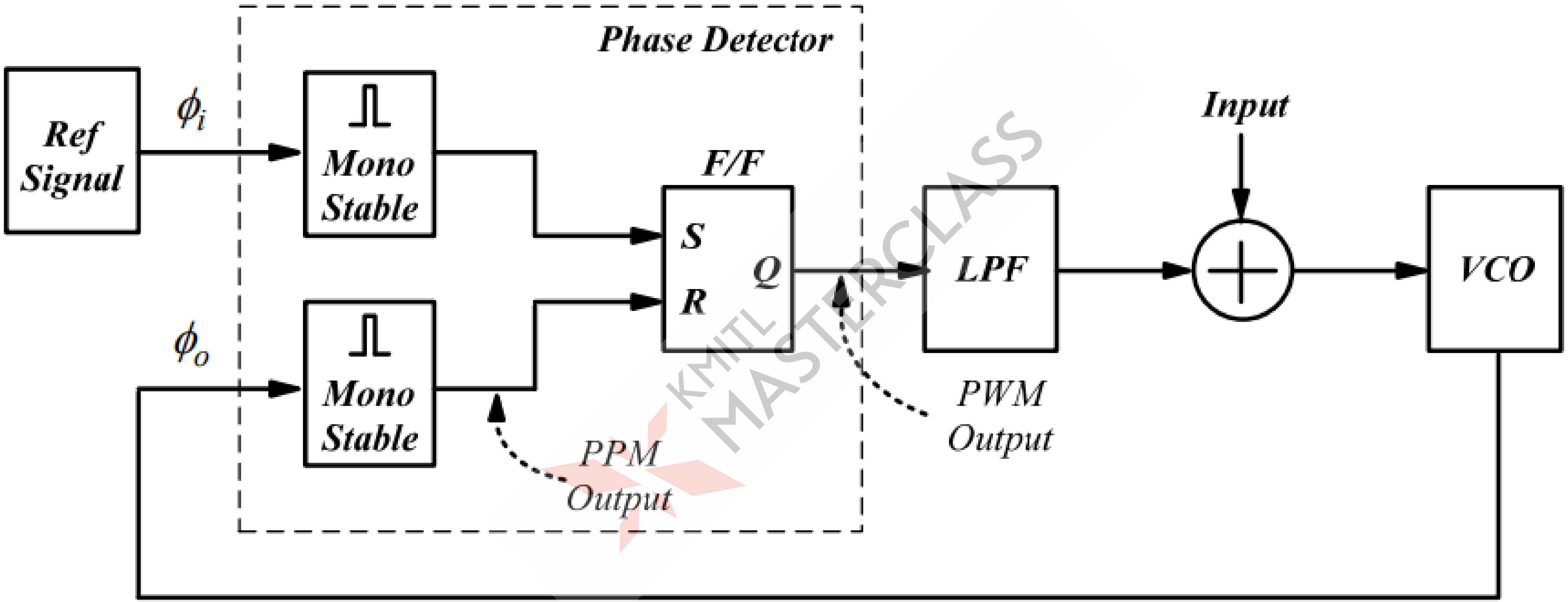
การมอดูเลตตำแหน่งพัลส์



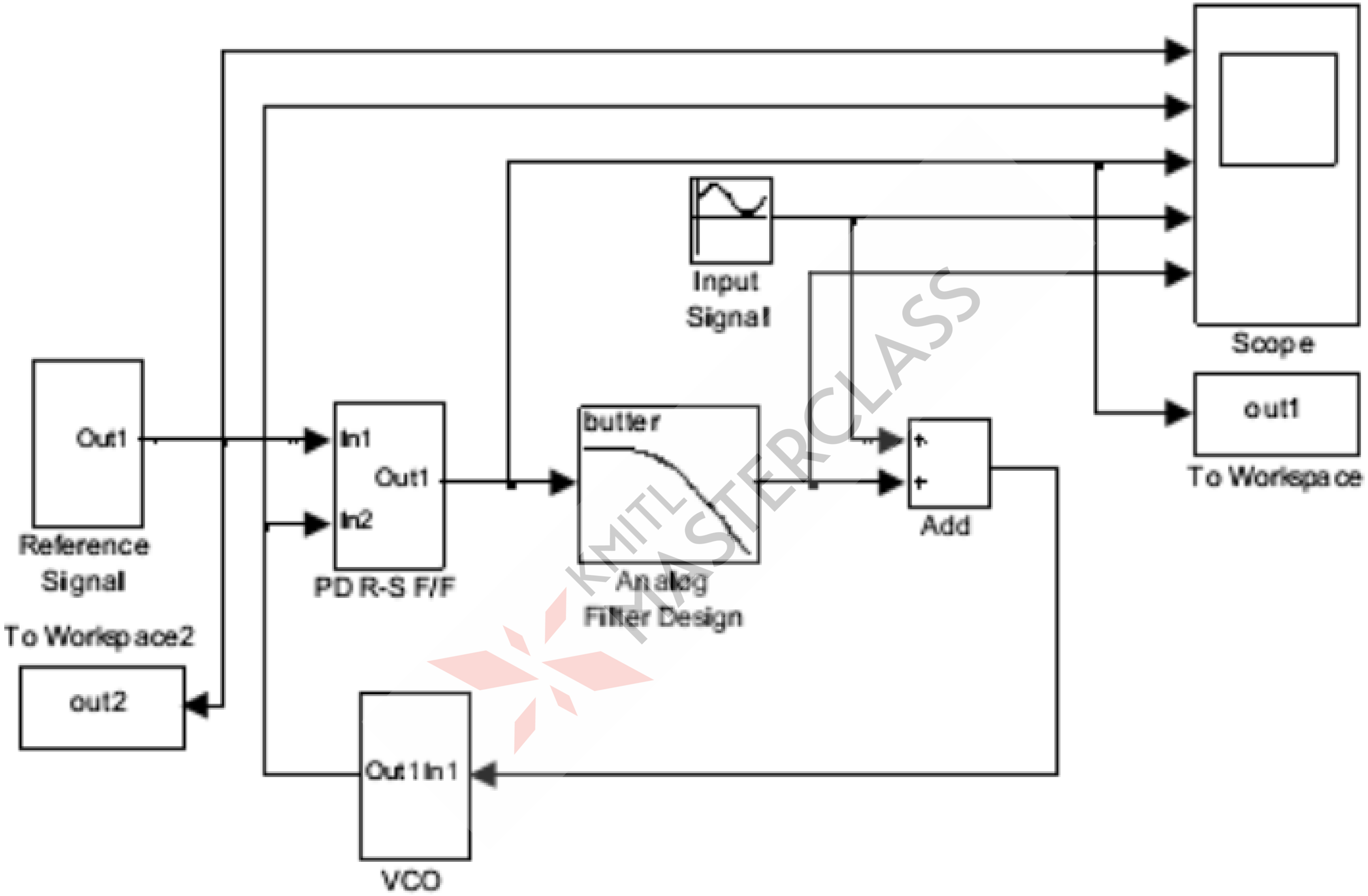
ไดอะแกรมทางเวลาของวงจรหาค่าความต่างเฟส



สัญญาณ PPM และ PMW



บล็อกไดอะแกรมของสัญญาณ PPM โดยใช้เฟสล็อกลูป



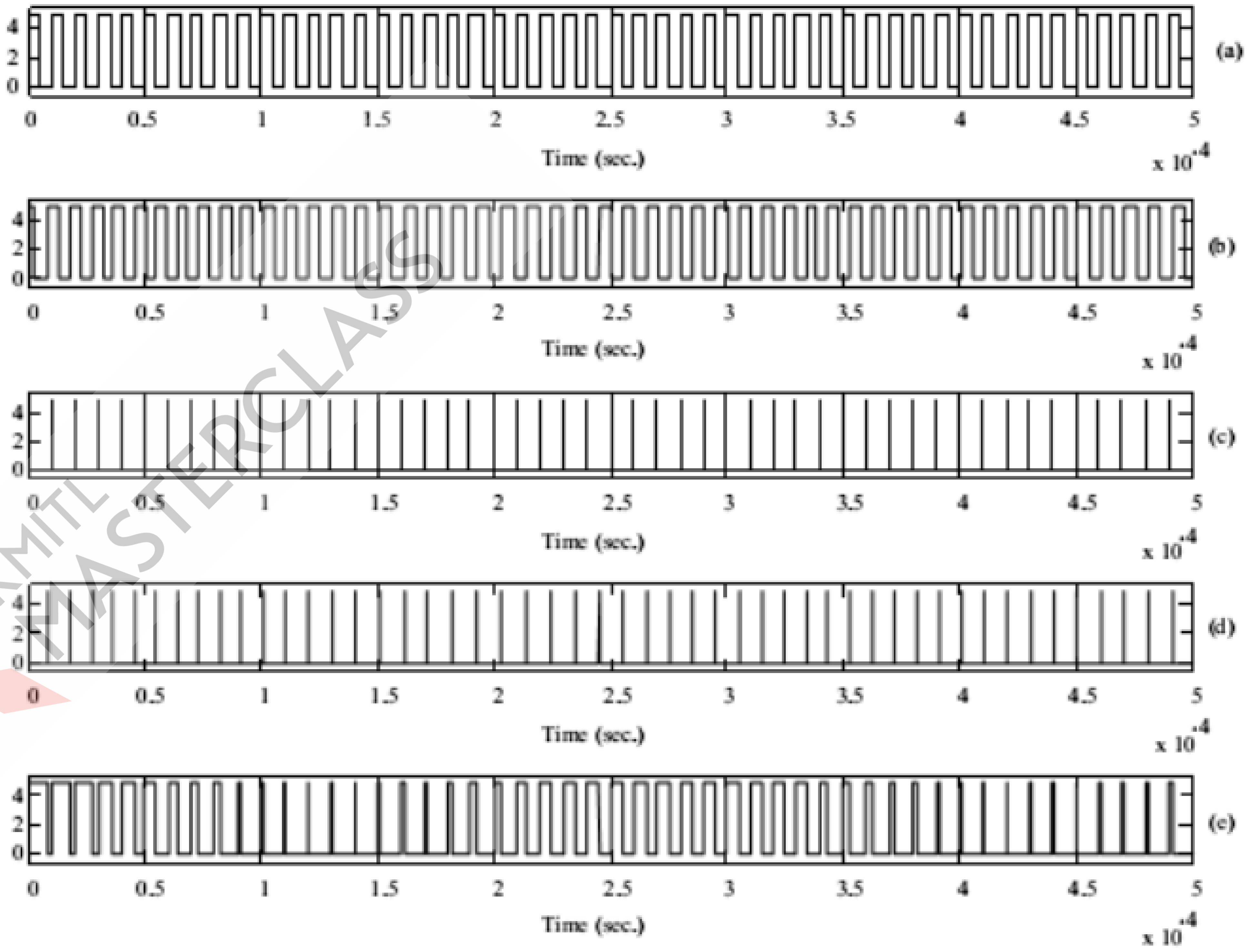
บล็อกไดอะแกรมของการจำลองสร้างสัญญาณ PPM และ PWM โดยใช้ Simulink ของ Matlab

เมื่อกำหนดให้

ความถี่ตัดของตัวกรองลูป คือ 5 kHz

อัตราขยายของ VCO คือ 5 kHz/volt

ความถี่ของสัญญาณอ้างอิง คือ 100 kHz



ผลการจำลองการทำงานของสัญญาณ PPM โดยใช้เฟสล็อกลูป

เมื่อ

a คือ สัญญาณอ้างอิงของเฟสล็อกลูป ความถี่ 100 kHz

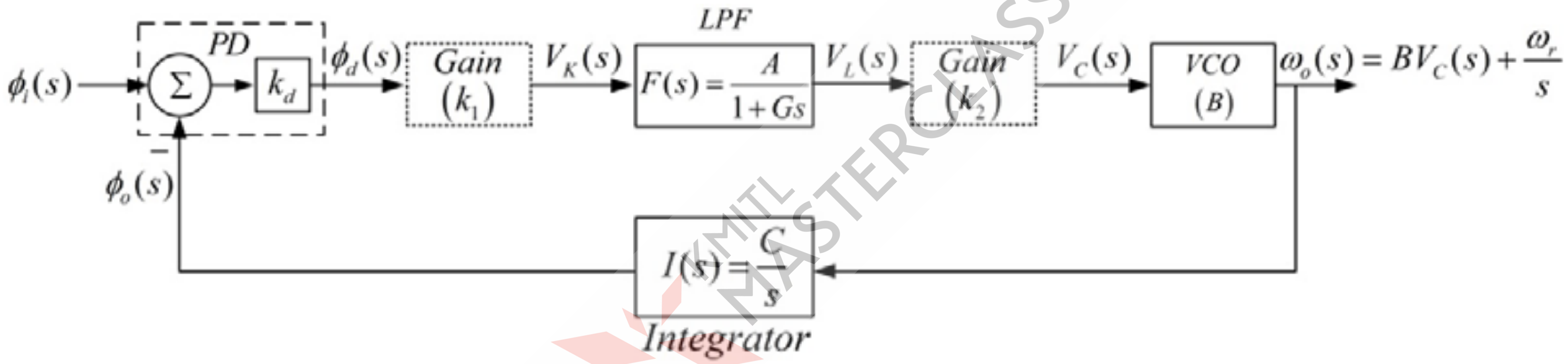
b คือ สัญญาณเอาต์พุตของ VCO

c คือ สัญญาณเอาต์พุตของโมโนสเตเบิล มัลติไวเบรเตอร์

d คือ สัญญาณเอาต์พุตของ VCO

e คือ สัญญาณเอาต์พุตของ R/S ฟลิปฟลอบ

การเลื่อนเฟสโดยอาศัยวงจรเฟสล็อกลูปร่วมกับวงจรขยายสัญญาณ



แผนภาพวงจรเฟสล็อกลูปที่เพิ่มวงจรขยายสัญญาณ

$\phi_i(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสอินพุต $\phi_i(t)$

$\phi_o(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเฟสเอาต์พุต $\phi_o(t)$

$\phi_d(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความต่างเฟส $\phi_d(t)$

$V_K(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตวงจรขยาย $v_K(t)$

$V_L(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตตัวกรองลูป $v_L(t)$

$V_C(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตวงจรขยาย $v_C(t)$

$\omega_o(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของความถี่เอาต์พุตของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่ $\omega_o(t)$

ω_r/s คือ การแปลงลาปลาซของความถี่เอาต์พุตของวงจรแรงดันไฟฟ้าควบคุมความถี่เมื่อ $v_C(t)=0$

k_d คือ ค่าอัตราขยายของวงจรตรวจจับความต่างเฟส

$F(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน

$I(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวทำปริพันธ์

k_1, k_2 คือ ค่าอัตราขยายของวงจรขยายที่เพิ่มเข้าไป

ความสัมพันธ์ของสัญญาณตามตำแหน่งต่าง ๆ ในแผนภาพบล็อกไดอะแกรมสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\phi_d(s) = k_d\left[\phi_i(s) - \phi_o(s)\right]$$

$$V_K(s) = k_1\phi_d(s)$$

$$V_L(s) = V_K(s)F(s)$$

$$V_C(s) = k_2V_L(s)$$

$$\omega_o(s) = BV_C(s) + \frac{\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s) = \omega_o(s)I(s)$$

เมื่อแทนค่า $\phi_d(s)$ ลงใน $V_K(s)$ จะได้

$$V_K(s)=k_1k_d\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]$$

และจะได้

$$V_L(s)=k_1k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]$$

เมื่อแทนค่าของ $V_L(s)$ ลงใน $V_C(s)$ จะได้

$$V_C(s)=k_1k_2k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]$$

เมื่อแทนค่าของ $V_C(s)$ ลงใน $\omega_o(s)$ จะได้

$$\omega_o(s)=Bk_1k_2k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]+\frac{\omega_r}{s}$$

เมื่อแทนค่าของ $\omega_o(s)$ ลงใน $\phi_o(s)$ จะได้

$$\phi_o(s)=Bk_1k_2k_dF(s)I(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

ทำการจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\phi_o(s)+Bk_1k_2k_dF(s)I(s)\phi_o(s)=Bk_1k_2k_dF(s)I(s)\phi_i(s)+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

กำหนดให้วงจรกรองความถี่ต่ำผ่านที่ใช้มีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นดังนี้

$$F(s)=\frac{A}{1+Gs}$$

โดยที่ A คืออัตราขยาย

G คือส่วนกลับความถี่ตัดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน

และค่าของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวทำปริพันธ์ คือ

$$I(s)=\frac{C}{s}$$

แทนค่า $F(s)$ และ $I(s)$ ลงในสมการ

$$\phi_o(s)+Bk_1k_2k_dF(s)I(s)\phi_o(s)=Bk_1k_2k_dF(s)I(s)\phi_i(s)+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

จะได้เป็น

$$\phi_o(s)+Bk_1k_2k_d\frac{A}{1+Gs}\frac{C}{s}\phi_o(s)=Bk_1k_2k_d\frac{A}{1+Gs}\frac{C}{s}\phi_i(s)+\frac{\omega_r}{s}\frac{C}{s}$$

จัดรูปใหม่

$$\phi_o(s)+\frac{ABCk_1k_2k_d}{s(1+Gs)}\phi_o(s)=\frac{ABCk_1k_2k_d}{s(1+Gs)}\phi_i(s)+\frac{C\omega_r}{s^2}$$

จากสมการ

$$\phi_o(s)+\frac{ABCk_1k_2k_d}{s(1+Gs)}\phi_o(s)=\frac{ABCk_1k_2k_d}{s(1+Gs)}\phi_i(s)+\frac{C\omega_r}{s^2}$$

ให้ $D=ABCk_d$ และคูณ $s(1+Gs)$ จะได้

$$s(1+Gs)\phi_o(s)+Dk_1k_2\phi_o(s)=Dk_1k_2\phi_i(s)+\frac{C\omega_r(1+Gs)}{s}$$

จัดรูปใหม่

$$Gs^2\phi_o(s)+s\phi_o(s)+Dk_1k_2\phi_o(s)=Dk_1k_2\phi_i(s)+\frac{C\omega_r}{s}+GC\omega_r$$

แปลงกลับลาปลาซ

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_o(t)}{dt}+Dk_1k_2\phi_o(t)=Dk_1k_2\phi_i(t)+C\omega_r u(t)+GC\omega_r\delta(t)$$

พิจารณาช่วงเวลา t>0 จะได้

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_o(t)}{dt}+Dk_1k_2\phi_o(t)=Dk_1k_2\phi_i(t)+C\omega_r$$

ค่าผลตอบสนองธรรมชาติคือค่าจากระบบเมื่อปราศจากอินพุตใด ๆ เขียนได้ใหม่เป็น

$$G\frac{d^2\phi_{on}(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_{on}(t)}{dt}+Dk_1k_2\phi_{on}(t)=0$$

เขียนใหม่ในรูปของสมการคุณลักษณะคือ

$$Gm^2+m+Dk_1k_2=0$$

โดยที่

$$m=\frac{-1\pm\sqrt{1-4GDk_1k_2}}{2G}$$

เมื่อ $G=\dfrac{1}{\omega_c}$ โดยที่ ω_c คือความถี่ตัด และแทนลงในสมการ $m=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4GDk_1k_2}}{2G}$ จะได้

$$m=\frac{-\omega_c}{2}\pm\frac{\omega_c}{2}\sqrt{1-\frac{4Dk_1k_2}{\omega_c}}$$

เมื่อพิจารณาพจน์ทางขวามือและจัดรูปโดยอ้างอิงสมการอนุกรมเทย์เลอร์

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\ldots \text{ โดย } |x|\le 1$$

และให้ $x=-\dfrac{4Dk_1k_2}{\omega_c}$ จะได้ค่าประมาณของพจน์ขวามือคือ $\sqrt{1-\dfrac{4Dk_1k_2}{\omega_c}}=\dfrac{\omega_c-2Dk_1k_2}{\omega_c}$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$m=\frac{-\omega_c}{2}\pm\frac{\omega_c-2Dk_1k_2}{2}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ

$$m_1 = -Dk_1k_2$$

$$m_2 = -\left(\omega_c - Dk_1k_2\right)$$

ทำให้ได้คำตอบของผลตอบสนองธรรมชาติ คือ

$$\phi_{on}\left(t\right) = \frac{C_1}{e^{Dk_1k_2t}} + \frac{C_2}{e^{(\omega_c - Dk_1k_2)t}}$$

หาค่าผลตอบสนองบังคับ $\left(\phi_{of}(t)\right)$ โดยกำหนดให้ $\phi_i(t)$ เป็นเฟสอินพุตที่เป็นเชิงเส้นกับเวลา

$$\phi_i(t) = \omega_i t + \theta_i$$

ω_i คือความถี่อินพุตของระบบ

θ_i คือค่าเฟสเริ่มต้น

ดังนั้นจึงสามารถเขียนค่าคำตอบจากฟังก์ชันอินพุตได้คือ

$$\phi_{of}(t) = at + b$$

จะได้เป็น

$$G\frac{d^2}{dt^2}(at+b) + \frac{d}{dt}(at+b) + Dk_1k_2(at+b) = Dk_1k_2(\omega_i t + \theta_i) + C\omega_r$$

ดังนั้น

$$Dk_1k_2at + Dk_1k_2b + a = Dk_1k_2\omega_i t + Dk_1k_2\theta_i + C\omega_r$$

ใช้หลักการเทียบพจน์ จะได้

$$Dk_1k_2at = Dk_1k_2\omega_i t$$

ดังนั้น

$$a = \omega_i$$

และ

$$Dk_1k_2b + a = Dk_1k_2\theta_i + C\omega_r$$

$$Dk_1k_2b = Dk_1k_2\theta_i + C\omega_r - a$$

$$b = \theta_i + \frac{C\omega_r}{Dk_1k_2} - \frac{a}{Dk_1k_2}$$

$$b = \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i}{Dk_1k_2}$$

เมื่อแทนค่า a และ b ลงในสมการ $\phi_{of}(t) = at + b$ จะได้เป็น

$$\phi_{of}(t) = \omega_i t + \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i}{Dk_1k_2}$$

ดังนั้นค่าผลตอบสนองสมบูรณ์ คือ

$$\phi_o(t) = \left(\frac{C_1}{e^{Dk_1k_2t}} + \frac{C_2}{e^{(\omega_c - Dk_1k_2)t}}\right) + \left(\omega_i t + \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i}{Dk_1k_2}\right)$$

เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวจะเหลือเพียงแต่ค่าผลตอบสนองบังคับเพียงอย่างเดียว

$$\phi_o(t) = \omega_i t + \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i}{Dk_1k_2}$$

โดยมีค่าความต่างเฟสระหว่างสมการอินพุตและสมการเอาต์พุต คือ

$$\phi_d(t) = \frac{\omega_i - C\omega_r}{Dk_1k_2}$$

จากสมการ

$$\phi_d(t) = \frac{\omega_i - C\omega_r}{Dk_1k_2}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\omega_i = 2\pi \times 70,000\, rad/\sec$$

$$\omega_r = 2\pi \times 86,730\, rad/\sec$$

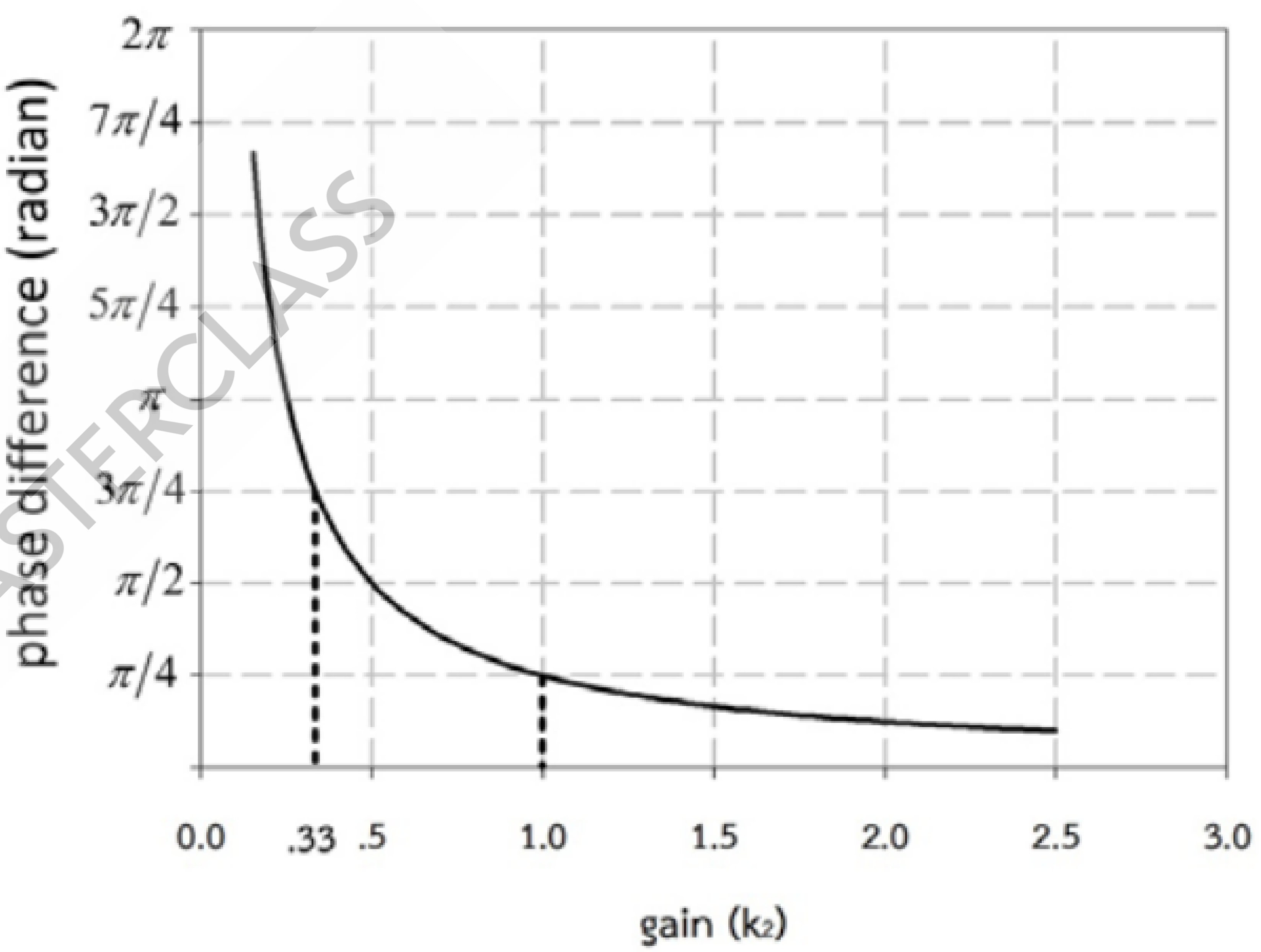
$$k_2 = 1$$

$$k_d = 0.7955$$

$$A = 1$$

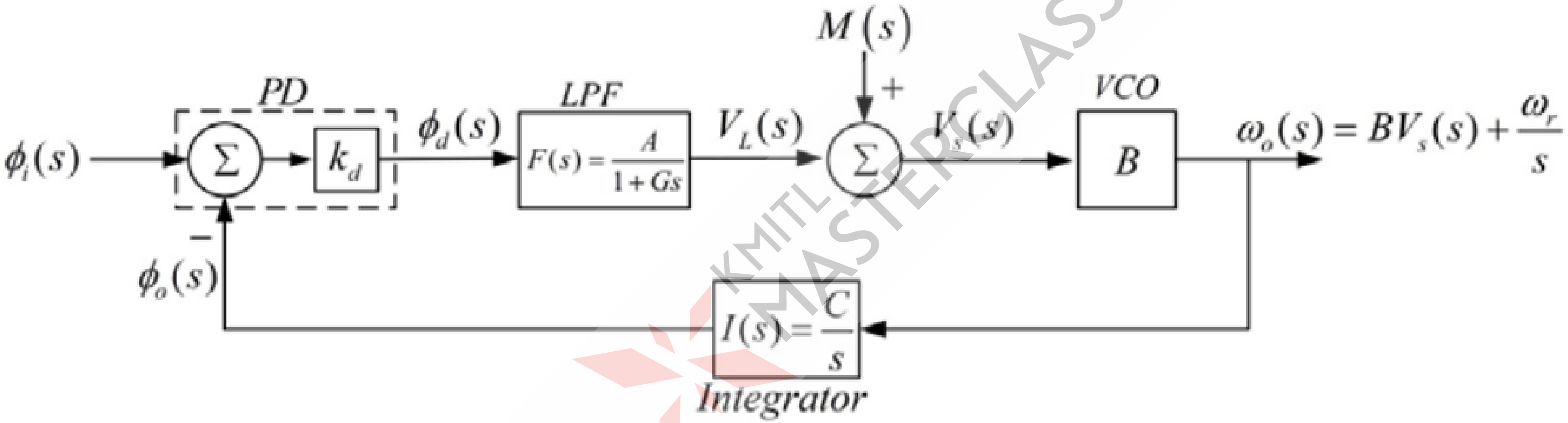
$$B = 2\pi \times -17,000\, rad/\sec$$

$$C = 0.919737$$



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราขยาย
และค่าความต่างเฟส

การเลื่อนเฟสโดยอาศัยวงจรเฟสล็อกลูปร่วมกับวงจรรวมสัญญาณ



แผนภาพวงจรเฟสล็อกลูปร่วมกับวงจรรวมสัญญาณ

จากแผนภาพวงจร โดยกำหนดให้

$M(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของค่าระดับไฟตรง $m(t)$

$V_s(s)$ คือ การแปลงลาปลาซของเอาต์พุตวงจรรวมสัญญาณ $v_s(t)$

เมื่อหาค่าความสัมพันธ์ของสัญญาณตามตำแหน่งต่าง ๆ ในแผนภาพบล็อกไดอะแกรมได้เป็นดังนี้

$$\phi_d(s) = k_d\left[\phi_i(s) - \phi_o(s)\right]$$

$$V_L(s) = \phi_d(s)F(s)$$

$$V_s(s) = V_L(s) + M(s)$$

$$\omega_o(s) = BV_C(s) + \frac{\omega_r}{s}$$

$$\phi_o(s) = \omega_o(s)I(s)$$

เมื่อนำค่า $\phi_d(s)$ ลงในสมการ $V_L(s)$ จะได้

$$V_L(s)=k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]$$

นำค่าที่ได้แทนลงในสมการ $V_s(s)$ จะได้

$$V_s(s)=k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]+M(s)$$

หาค่าของ $\omega_o(s)$ จากการแทนค่า $V_s(s)$ จะได้

$$\omega_o(s)=B\left[k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]+M(s)\right]+\frac{\omega_r}{s}$$

ดังนั้น

$$\phi_o(s)=BI(s)\left[k_dF(s)\left[\phi_i(s)-\phi_o(s)\right]+M(s)\right]+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

จัดพจน์ใหม่ได้เป็น

$$\phi_o(s)+Bk_dI(s)F(s)\phi_o(s)=Bk_dI(s)F(s)\phi_i(s)+BI(s)M(s)+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

เมื่อแทนค่าฟังก์ชันถ่ายโอนลงในสมการ

$$\phi_o(s)+Bk_dI(s)F(s)\phi_o(s)=Bk_dI(s)F(s)\phi_i(s)+BI(s)M(s)+\frac{\omega_r}{s}I(s)$$

จะได้

$$\phi_o(s)+Bk_d\frac{C}{s}\left(\frac{A}{1+Gs}\right)\phi_o(s)=Bk_d\frac{C}{s}\left(\frac{A}{1+Gs}\right)\phi_i(s)+B\frac{C}{s}M(s)+\frac{C\omega_r}{s^2}$$

หรือ

$$\phi_o(s)+\frac{ABCk_d}{s(1+Gs)}\phi_o(s)=\frac{ABCk_d}{s(1+Gs)}\phi_i(s)+\frac{BC}{s}M(s)+\frac{C\omega_r}{s^2}$$

ให้ $D=ABCk_d$ และคูณ $s(1+Gs)$ จะได้

$$Gs^2\phi_o(s)+s\phi_o(s)+D\phi_o(s)=D\phi_i(s)+BCM(s)+sGBCM(s)+\frac{C\omega_r}{s}+GC\omega_r$$

จากสมการ

$$Gs^2\phi_o(s)+s\phi_o(s)+D\phi_o(s)=D\phi_i(s)+BCM(s)+sGBCM(s)+\frac{C\omega_r}{s}+GC\omega_r$$

เมื่อแปลงกลับลาปลาซ จะได้

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_o(t)}{dt}+D\phi_o(t)=D\phi_i(t)+BCm(t)+GBC\frac{dm(t)}{dt}+C\omega_r u(t)+GC\omega_r\delta(t)$$

เมื่อพิจารณาช่วงเวลา t>0 จะได้เป็น

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_o(t)}{dt}+D\phi_o(t)=D\phi_i(t)+BCm(t)+C\omega_r$$

ค่าผลตอบสนองธรรมชาติคือ ค่าจากระบบเมื่อปราศจากอินพุตใด ๆ เขียนได้เป็น

$$G\frac{d^2\phi_{on}(t)}{dt^2}+\frac{d\phi_{on}(t)}{dt}+D\phi_{on}(t)=0$$

เขียนใหม่ในรูปของสมการคุณลักษณะ คือ

$$Gm^2+m+D=0 \qquad \text{โดยที่} \qquad m=\frac{-1\pm\sqrt{1-4GD}}{2G}$$

เมื่อผ่านฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน คือ $G=\dfrac{1}{\omega_c}$ จะได้ว่า

$$m=\frac{-\omega_c}{2}\pm\frac{\omega_c}{2}\sqrt{1-\frac{4D}{\omega_c}}$$

จัดรูปสมการโดยอ้างอิงสมการอนุกรมเทย์เลอร์

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\ldots \text{ โดย } |x|\le 1 \text{ และให้ } x=-\frac{4D}{\omega_c}$$

ทำให้ได้ผลลัพธ์ คือ

$$m=\frac{-\omega_c}{2}\pm\frac{\omega_c-2D}{2}$$

จะได้ได้คำตอบของสมการคือ $m_1=-D$ และ $m_2=-(\omega_c-D)$

ทำให้ได้คำตอบของผลตอบสนองธรรมชาติ คือ

$$\phi_{on}(t)=\frac{C_1}{e^{Dt}}+\frac{C_2}{e^{(\omega_c-D)t}}$$

ผลตอบสนองบังคับ เมื่อกำหนดให้ $\phi_i(t) = \omega_i t + \theta_i$ ทำให้เขียนค่าคำตอบจากฟังก์ชันอินพุตได้ คือ

$$\phi_{of}(t) = at + b$$

จากสมการ

$$G\frac{d^2\phi_o(t)}{dt^2} + \frac{d\phi_o(t)}{dt} + D\phi_o(t) = D\phi_i(t) + BCm(t) + C\omega_r$$

เมื่อแทนค่า จะได้เป็น

$$G\frac{d^2(at+b)}{dt^2} + \frac{d(at+b)}{dt} + D(at+b) = D(\omega_i t + \theta_i) + BCm(t) + C\omega_r$$

เมื่อทำอนุพันธ์และจัดรูปใหม่จะได้

$$Dat + Db + a = D\omega_i t + D\theta_i + BCm(t) + C\omega_r$$

เทียบพนจ์ จะได้ว่า

$$a = \omega_i$$

และ

$$b = \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i + BCm(t)}{D}$$

เมื่อแทนค่า จะได้ว่า

$$\phi_{of}(t) = \omega_i t + \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i + BCm(t)}{D}$$

ดังนั้นค่าผลตอบสนองสมบูรณ์ คือ

$$\phi_o(t) = \left(\frac{C_1}{e^{Dt}} + \frac{C_2}{e^{(\omega_c - D)t}}\right) + \left(\omega_i t + \theta_i + \frac{C\omega_r - \omega_i + BCm(t)}{D}\right)$$

เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวจึงเหลือเพียงแต่ค่าผลตอบสนองบังคับเพียงอย่างเดียว

$$\phi_o(t) = \omega_i t + \theta_i - \left(\frac{\omega_i - C\omega_r - BCm(t)}{D} \right)$$

โดยมีค่าความต่างเฟสระหว่างสมการอินพุตและสัญญาณเอาต์พุต คือ

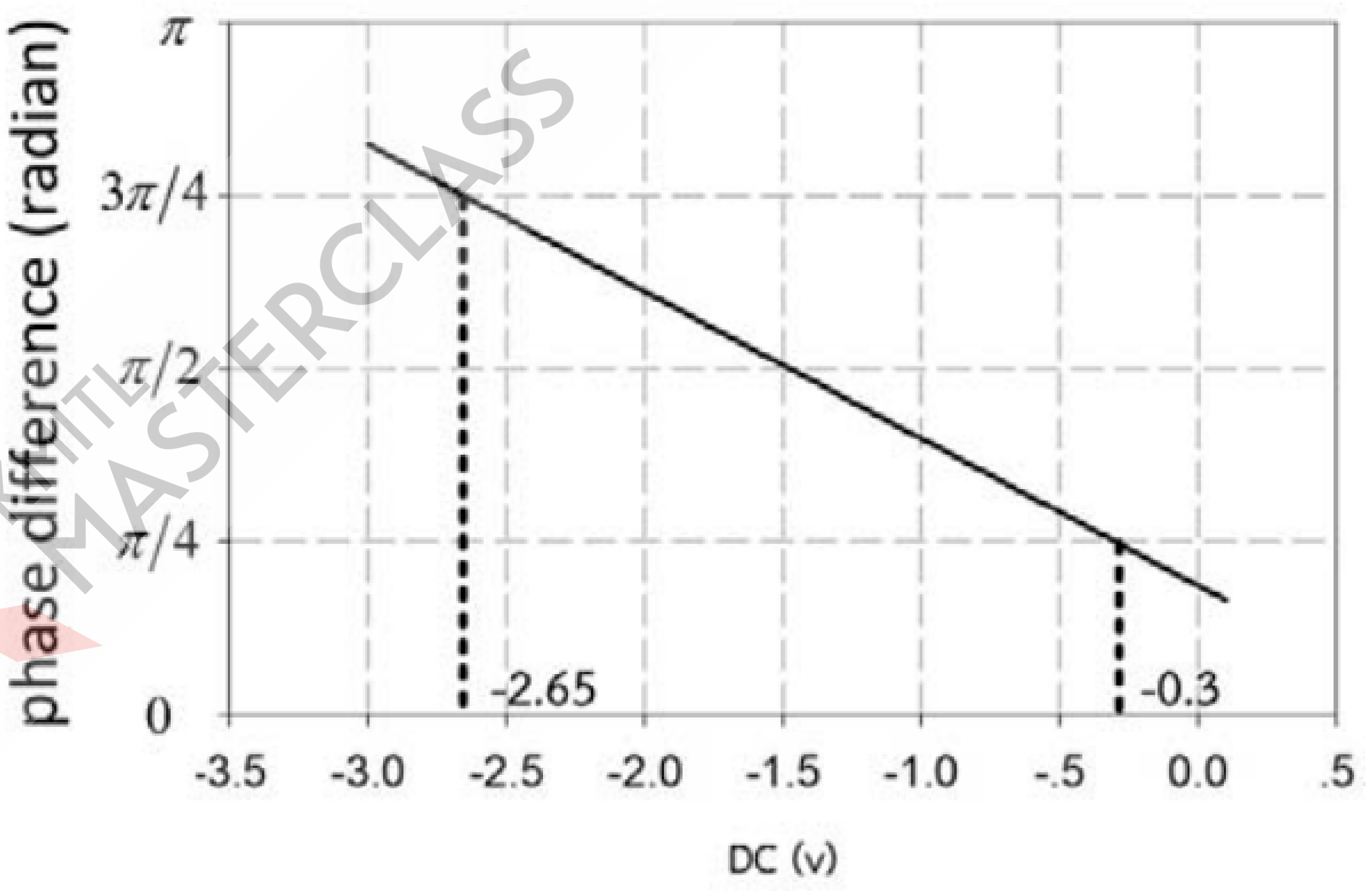
$$\phi_d(t) = \frac{\omega_i - C\omega_r - BCm(t)}{D}$$

จากสมการ

$$\phi_d(t) = \frac{\omega_i - C\omega_r - BCm(t)}{D}$$

เมื่อ

$$\omega_i = 2\pi \times 70{,}000\, rad/\text{sec}$$
$$\omega_r = 2\pi \times 86{,}730\, rad/\text{sec}$$
$$k_d = 0.7955$$
$$A = 1$$
$$B = 2\pi \times -17{,}000\, rad/\text{sec}$$
$$C = 0.919737$$



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าไฟตรงและความต่างเฟส

Thank You For Playing!

AND THE WINNER IS...

Drew